

Modulația cu undă continuă

http://shannon.etc.upt.ro/teaching/ps/Cap12_Modulatie.pdf

Procedeu esențial în comunicațiile analogice.

- reprezentări în timp și frecvență pentru două tipuri de modulație în undă continuă:

- **Modulația de amplitudine**, AM -amplitudine

- **Modulația de unghi** (exponențială),

- Modulația în frecvență (FM) – frecvență instantanee

- Modulația în fază (PM) – fază instantanee

1

Până acum am studiat două metode de prelucrare a semnalelor : eșantionarea și filtrarea. Acum începem studiul celei de a treia metode de prelucrare a semnalelor, modulația (analogică).

Exemplu

Transmisii radio

Banda de bază: 0 – 20 kHz,

Frecvența minimă a benzii de frecvențe a canalului > 30 kHz.

Translația de frecvență este realizată folosind modulația.

O formă uzuală de semnal purtător este sinusoida – modulație în undă continuă.

Procedeul invers modulației, prin care pornind de la semnalul modulat se reconstruiește semnalul modulator se numește demodulație.

2

În cazul exemplului legat de transmisiile radio, banda de bază este cuprinsă între 0 și 20 kHz. De aceea este necesar ca semnalul transmis să aibă o bandă de frecvență de cel puțin 30 kHz în canalul de comunicații.

Procedeul invers modulării se numește demodulare.

Definiții

Modulația este un procedeu de transfer de informație de la un semnal, numit **modulator**, la un alt semnal, numit **purtător**, mai bine adaptat la nevoile procesului de transmisie a informației, obținându-se un nou semnal, numit **semnal modulat**.

Semnal modulator-generat de sursa de informație-semnal în banda de bază.

Proces de transmisie - canal de comunicații - banda de frecvențe adecvată.

3

Există situații când semnalul pe care dorim să-l transmitem nu este bine adaptat mijloacelor de transmisie pe care le avem la dispoziție. De exemplu în radiofonie vrem să transmitem prin aer semnale audio. Aceste semnale sunt generate în studioul de radio. Fiind semnale audio, sunt de bandă limitată cu frecvența maximă din spectru de 20 kHz. Întrucât dorim să le transmitem prin aer, avem nevoie de antene. Acestea transformă semnalele audio în unde electromagnetice, care sunt transmise prin aer. Dimensiunile antenei trebuie să fie comparabile cu lungimea de undă a undelor transmise. Având în vedere legătura dintre lungimea de undă și frecvență ($\lambda=c/f$) rezultă pentru o frecvență de 20 kHz o lungime de undă de 300 de milioane/20 de mii adică de 15 mii de metri. E evident că o astfel de antenă nu poate fi construită. De aceea este necesar să modulăm semnalul audio pe care dorim să-l transmitem. Modulația este un procedeu de transfer de informație de la semnalul modulator (în cazul nostru semnalul audio) la un semnal purtător (în cazul nostru un semnal sinusoidal de frecvență mai mare) obținându-se un semnal modulat, mai bine adaptat procesului de transmisie. Dacă prin modulație translatăm spectrul semnalului audio la frecvențe mai mari, astfel încât frecvența maximă din spectrul semnalului modulat să devină de 200 MHz, atunci lungimea de undă a undei care se va transmite va fi de 10000 de ori mai mică decât în exemplul anterior adică de 1,5 m și antena corespunzătoare va putea fi construită.

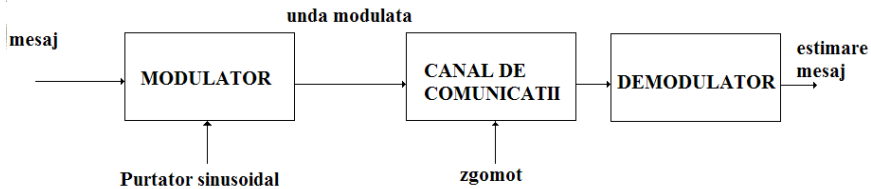
În general, semnalul generat de sursa de informație (în exemplul nostru vorbitorul de la microfon din studioul de radio) este folosit drept semnal modulator. Acesta este un semnal în banda de bază. Semnalul purtător este un semnal sinusoidal în cazul modulației în undă continuă. Frecvența semnalului purtător se alege în funcție de tehnologia de comunicație pe care o avem la dispoziție.

- Modulatia / demodulatia
 - (1) translatarea semnalului modulator din banda de baza intr-o alta gama de frecventa, adecvata canalului
 - (2) la receptie, semnalul trebuie translatat in banda de baza
- Semnal purtator
 - Sinusoidal
 - Semnal periodic dreptunghiular
- Modulatie
 - Modulatia in (cu) unda continua / Continuous wave (CW)
 - Modulatia impulsurilor (Pulse modulation)

4

In acest capitol studiem modulatia in unda continua, pentru care purtatoarea este un semnal sinusoidal.

Componentele esențiale ale unui sistem de comunicație, folosind modulația în undă continuă



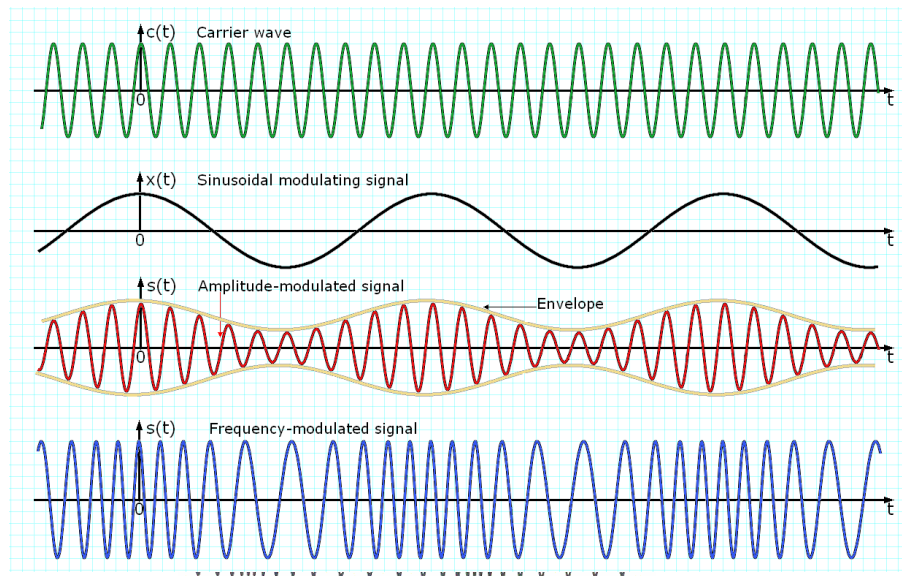
Zgomotul de pe canal scade performanta sistemului

5

Orice sistem de transmisiuni este compus din trei elemente : un emițător, un canal de comunicații și un receptor. Cel mai important sub-sistem al emițătorului este modulatorul iar cel mai important sub-sistem al receptorului este demodulatorul. La intrarea modulatorului avem mesajul pe care dorim să-l transmitem. Pe baza acestui mesaj (semnal modulator) și a semnalului purtător (care este sinusoidal), modulatorul generează unda modulată. Aceasta parcurge canalul de comunicații (în care se adaugă zgomot) și se obține semnalul de la intrarea în receptor. Acesta este prelucrat și adus la intrarea în demodulator. Rolul demodulatorului este de a extrage mesajul (semnalul modulator) din semnalul modulat. Întrucât semnalul transmis a fost afectat de canal, la ieșirea demodulatorului nu se va obține exact mesajul, ci doar o estimare a acestuia. Această estimare poate fi corectă din punct de vedere al informației conținute, dacă nu s-au produs erori de transmisie sau incorectă dacă s-au produs erori. Cauzele erorilor de transmisie sunt :

- funcționarea incorectă a modulatorului sau demodulatorului,
- anomaliiile de propagare ale undei electromagnetice generată de antenă,
- zgomotul propriu al dispozitivelor electronice folosite.

AM vs FM



O clasificare posibilă a modulațiilor în undă continuă are ca și criteriu parametrul semnalului purtător asupra căruia se transferă informația conținută în semnalul modulator. Semnalul purtător sinusoidal are trei parametri : amplitudinea, frecvența și faza inițială (ultimii doi sunt parametri unghiulari). În consecință putem vorbi despre modulație de amplitudine sau despre modulație unghiulară (de frecvență sau de fază).

În prima figură este prezentată forma de undă a semnalului purtător iar în figura a doua este prezentată forma de undă a semnalului modulator (tot o sinusoidă în acest exemplu). În figura a treia este prezentată forma de undă a unui semnal modulat în amplitudine. Se observă că amplitudinea instantanee a semnalului este variabilă în timp dar că frecvența sa este constantă (și egală cu frecvența semnalului purtător). În cea de a patra figură este prezentată forma de undă a semnalului modulat în frecvență. Se observă că frecvența sa instantanee este variabilă în timp dar că amplitudinea sa este constantă.

Modulația de amplitudine

Semnal purtator sinusoidal: $c(t) = A_c \cos \omega_c t$

Semnal modulator: $x(t)$

Semnal modulat AM: $s(t) = A_c [1 + k_a x(t)] \cos(\omega_c t)$.

$k_a [V^{-1}]$ - sensibilitatea de amplitudine a modulatorului

gradul de modulație: $m = |k_a x(t)|_{\max} \cdot 100 [\%]; 0 < m \leq 1;$

$m = k_a A_m$ (mesaj=sinusoida)

f_M = frecvența maximă a semnalului modulator

7

Vom începe cu modulația de amplitudine în undă continuă. Expresia analitică a semnalului purtător notat cu $c(t)$ este prezentată în prima ecuație.

Vom considera semnalul modulator $x(t)$.

Semnalul modulat în amplitudine se notează cu $s(t)$ și are expresia analitică din cea de a doua ecuație. Cu k_a s-a notat sensibilitatea de amplitudine a modulatorului care se măsoară în $1/V$.

Efectuând înmulțirea din ecuația a doua, putem exprima semnalul modulat în amplitudine $s(t)$ ca și suma dintre semnalul purtător $c(t)$ și produsul dintre semnalul purtător și semnalul modulator ponderat cu k_a .

Acest tip de modulație se numește modulație de amplitudine cu purtătoare și două benzi laterale MAP2BL.

Gradul de modulație

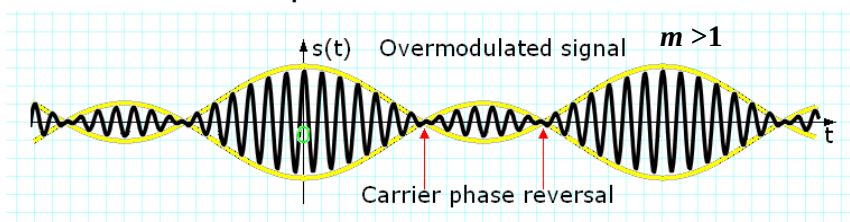
Amplitudinea semnalului sinusoidal este pozitivă: $A_c [1 + k_a x(t)] \geq 0$

$$\Rightarrow |k_a x(t)| \leq 1 \quad \forall t$$

Dacă $|k_a x(t)| > 1 \Rightarrow$ supramodulație (**overmodulation**)

1) $|k_a x(t)| \leq 1$

2) $|k_a x(t)| > 1$: supramodulație; distorsiuni ale anvelopei, inversarea fazei în purtătoare



8

Gradul de modulație se definește ca valoare maximă a produsului $kax(t)$ exprimată în procente. El se notează cu m . Valorile sale sunt cuprinse între 0 și 100 %. În cazul în care gradul de modulație depășește valoarea de 100% se vorbește despre supramodulație.

Amplitudinea semnalului $s(t)$, $(A_c[1 + k_a(t)])$ se numește și anvelopă de modulație.

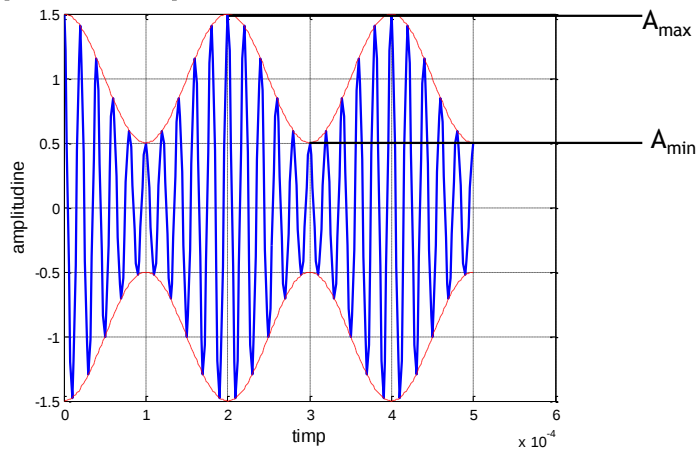
În mod normal, anvelopa, ca orice amplitudine, ar trebui să fie pozitivă. La momentele de timp la care modulul lui $kax(t)$ devine mai mare decât 1 amplitudinea lui $s(t)$ poate deveni negativă. Acesta nu este un mod de funcționare corect al modulatorului.

În figura este reprezentată forma de undă a semnalului modulat în amplitudine atunci când modulul produsului $kax(t)$ depășește la anumite de timp valoarea 1 (cazul doi, supramodulație)

Într-adevăr, observăm în figura că faza semnalului modulat în amplitudine se inversează și că apar distorsiuni ale anvelopei de modulație. De aceea, o condiție pentru funcționarea corectă a modulatorului în amplitudine este ca modulul produsului $kax(t)$ să fie pozitiv la orice moment de timp.

O altă condiție care trebuie îndeplinită pentru a face o MA2BL corectă este ca frecvența semnalului purtător, f_c , să fie mult mai mare decât frecvența maximă din spectrul semnalului modulator, f_M . Această frecvență limitează superior banda mesajului.

Masurarea gradului de modulație pentru purtător sinusoidal



$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} \cdot 100 [\%]$$

9

În figura este reprezentată forma de undă a semnalului modulat în amplitudine obținut pentru modulul produsului dintre k_a și $x(t)$ este subunitar la orice moment de timp (cazul unu).

Masurarea gradului de modulație m în domeniul timp se face cu relația prezentată, dacă atât purtătorul cât și modulatorul sunt semnale sinusoidale.

Spectrul semnalului modulat în amplitudine AM

$$\begin{aligned}
 S(\omega) &= \mathcal{F}\{A_c \cos \omega_c t\} + \mathcal{F}\{A_c k_a x(t) \cos \omega_c t\} = \\
 &= \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{2\pi} A_c k_a X(\omega) * \pi [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)], \\
 S(\omega) &= \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)]. \\
 S(f) &= \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(f - f_c) + X(f + f_c)].
 \end{aligned}$$

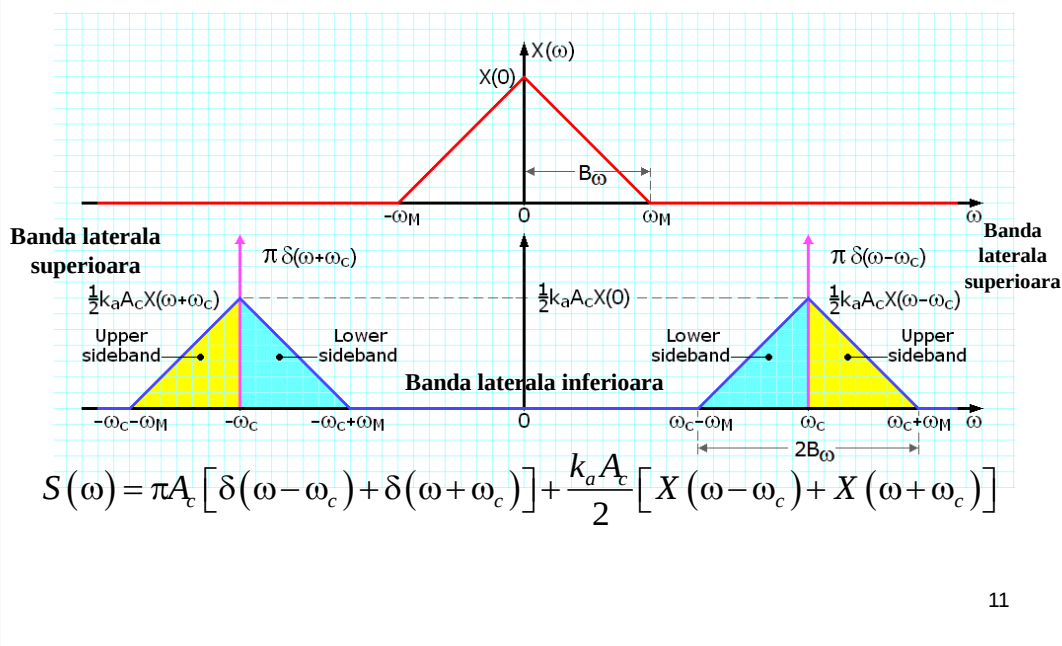
Notatia $S(f)$ este folosita in telecomunicatii.

10

În continuare se calculează spectrul semnalului MAP2BL. În acest scop se calculează transformata Fourier a semnalului $s(t)$.

Ținând seama de liniaritatea transformării Fourier, de expresia spectrului semnalului cosinusoidal din tabelul de perechi semnal transformată Fourier și de proprietatea de produs în domeniul timp a transformatei Fourier, obținem expresia spectrului din cea de a doua ecuație. Aplicând proprietățile convoluției cu distribuția Dirac translatată se obține expresia din membrul drept al celei de a treia ecuații.

Raspunsul in frecventa pentru semnalul din banda de baza si semnalul AM



Dacă considerăm semnalul modulator cu spectrul din primul grafic atunci obținem spectrul semnalului MAP2BL din cel de al doilea grafic. Se observă că acesta este compus din spectrul purtătoarei (reprezentat cu roz) și din spectrul semnalului modulator translatat la dreapta și la stânga cu ω_c și ponderat cu $k_a A_c/2$.

Banda semnalului modulat are o valoare dublă față de banda semnalului modulator $B\omega$ și este compusă din două sub-benzi,

- una superioară, reprezentată cu galben, între ω_c și $\omega_c + \omega_M$ și
- una inferioară, reprezentată cu albastru, între $\omega_c - \omega_M$ și ω_c .

De aici vine denumirea acestui tip de modulație de amplitudine : MAP2BL.

Conditia de demodulare corecta (reconstructie a semnalului mesaj)

- Benzile laterale superioara si inferioara nu se suprapun, daca

$$\omega_C - \omega_M > 0$$

$$f_c \gg f_M = B \text{ (banda mesajului)}$$

- ***Banda semnalului modulat, B_T este dublul benzii semnalului mesaj (modulator), B_f***

$$B_T = 2B_f$$

12

O altă condiție care trebuie îndeplinită pentru a face o MA2BL corectă este ca frecvența semnalului purtător, f_c , să fie mult mai mare decât frecvența maximă din spectrul semnalului modulator, f_M . Această frecvență limitează superior banda mesajului.

Banda semnalului modulat B_T are o valoare dublă față de banda semnalului modulator B_f .

Avantaje și dezavantaje ale modulației de amplitudine

- + **simplitate de implementare**
 - Folosita de la început în transmisii radio
 - Mai ieftină
- risipește banda de frecvențe: de 2x banda semnalului modulator
- eficiența scăzută
 - Purtătoarea din spectrul AM ~ nu aduce informație
 - Soluția: suprimarea unei benzi laterale și a purtătoarei $\Rightarrow$ AM liniară

13

Principalul avantaj al MAP2BL este simplitatea de implementare a modulatorului și a demodulatorului.

Din punct de vedere al comunicației, MAP2BL are câteva dezavantaje. Primul dezavantaj se referă la risipirea benzii de frecvență. După cum s-a menționat deja, banda semnalului transmis este de două ori mai mare decât banda semnalului modulator. Întrucât banda de frecvență este o resursă foarte valoroasă având în vedere largă răspândire a comunicațiilor (fiecare post de televiziune are nevoie de frecvența sa purtătoare, se dezvoltă standarde noi de comunicații mobile ca de exemplu G5, se folosesc tot mai frecvent radare, sonare, sateliți,...) acesta este un dezavantaj major al MAP2BL.

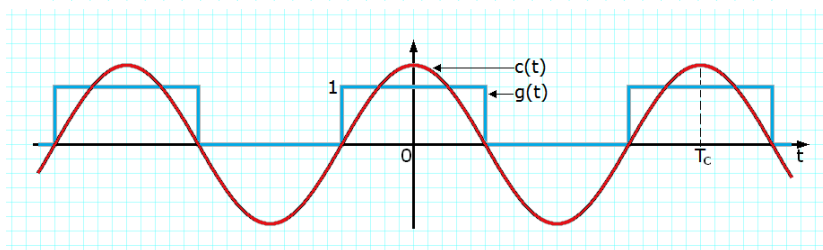
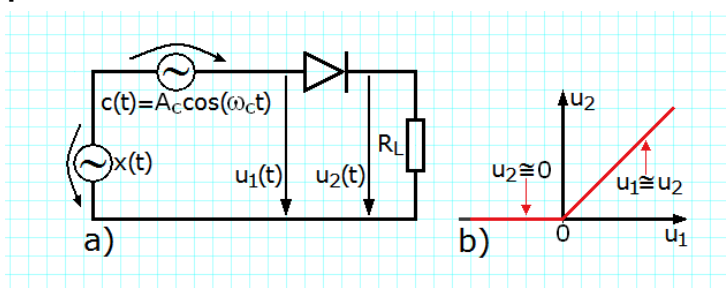
Datorită transmiterii purtătoarei și a două benzi laterale și randamentul informațional al MAP2BL este scăzut. Purtătoarea nu conține nici un fel de informație. Aceeași informație este conținută în ambele benzi laterale.

În consecință s-au dezvoltat modulații de amplitudine care suprimă purtătoarea și nu transmit decât o singură bandă laterală. Evident implementarea lor nu va nici pe departe atât de simplă ca și implementarea MAP2BL.

În sfârșit, un al treilea dezavantaj al MAP2BL este faptul că nici modulatorul nici demodulatorul nu sunt sisteme liniare (deoarece conțin diode).

Modulator

- Dispozitiv neliniar, dioda



14

Schema modulatorului este prezentată în figura a). Modulatorul este compus dintr-o diodă și rezistența de sarcină. În serie cu aceste dispozitive sunt conectate și cele două generatoare de semnal: modulator $x(t)$ și purtător $c(t)$.

Tensiunea de intrare în modulator se notează cu $u_1(t)$ iar tensiunea sa de ieșire cu $u_2(t)$. Caracteristica diodei este prezentată în figura b). Dacă tensiunea din anodul diodei, $u_1(t)$ este negativă atunci dioda este blocată și tensiunea din catodul său (u_2) are valoarea 0. Dacă tensiunea u_1 este pozitivă (și mai mare decât tensiunea de deschidere a diodei) atunci dioda conduce și tensiunea din catodul său repetă tensiunea din anod ($u_2 = u_1$).

În figura de jos este reprezentată cu roșu forma de undă a tensiunii $u_1(t)$. Fie $g(t)$ semnalul care este egal cu 1 când $u_1(t)$ este pozitiv și egal cu 0 în rest. Semnalul $g(t)$ este reprezentat cu albastru.

$$u_1(t) = A_c \cos \omega_c t + x(t) \Rightarrow u_2(t) = [A_c \cos \omega_c t + x(t)] g(t)$$

$$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[(2n-1)\omega_c t]$$

$$u_2(t) \cong \frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{A_c}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \{ \cos 2n\omega_c t + \cos[(2n-2)\omega_c t] \} + \\ + \frac{x(t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x(t) \cos[(2n-1)\omega_c t]$$

Pentru $\omega_c \gg \omega_M$, în jurul frecvenței purtătoare se găsesc termenii

$$\frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{2}{\pi} x(t) \cos \omega_c t.$$

Ei constituie un semnal modulat în amplitudine și se separă de ceilalți termeni prin filtrare trece-banda, centrată pe ω_c .

15

În consecință, tensiunea $u_2(t)$ poate fi exprimată ca în ecuația a doua. Având în vedere faptul că frecvența semnalului purtător este mult mai mare decât frecvența maximă din spectrul semnalului modulator, putem considera că pe intervale scurte de timp (de ordinul câtorva perioade ale semnalului purtător) semnalul modulator $x(t)$ este constant. De aceea semnalul $g(t)$ poate fi considerat ca fiind un tren de impulsuri dreptunghiulare cu factorul de umplere 0,5. Dezvoltarea în serie Fourier a unui astfel de semnal dreptunghiular $g(t)$, este cea din cea de a treia ecuație (această dezvoltare în serie Fourier a fost studiată la cursul de Semnale și sisteme).

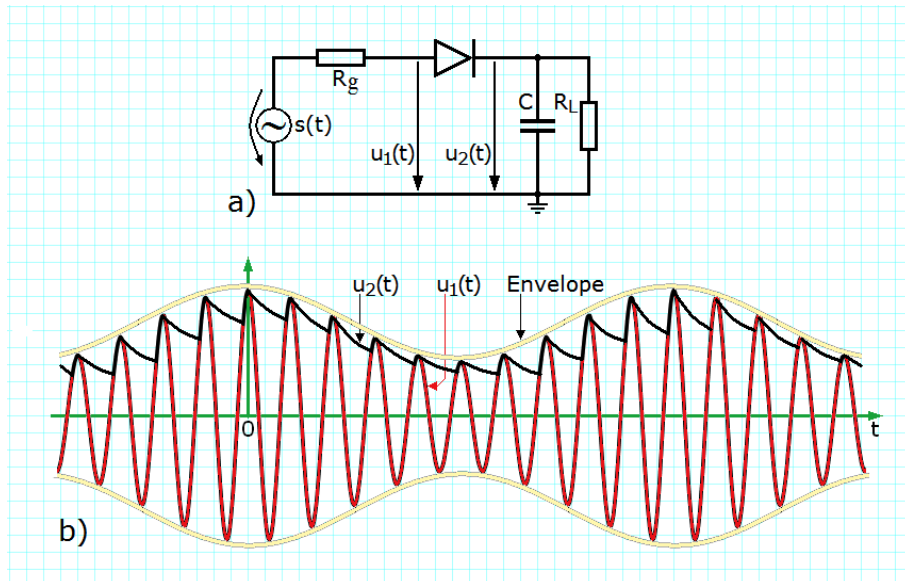
Se obține expresia aproximativă a tensiunii $u_2(t)$.

Frecvența purtătoarei este mult mai mare decât frecvența maximă din spectrul semnalului modulator, motiv pentru care putem separa prin filtrare trece-banda componentele din jurul frecvenței purtătoare, ω_c .

În urma filtrării trece-banda rămâne primul termen din membrul drept precum și termenul corespunzător lui $n=1$.

Toți ceilalți termeni au frecvențe depărtate de ω_c . Deci la ieșirea filtrului trece bandă se obține semnalul din ultima relație, care reprezintă un semnal MAP2BL. Deci cu ajutorul unei diode și a unui filtru trece-banda se obține un modulator MAP2BL. Modulatorul este simplu de implementat.

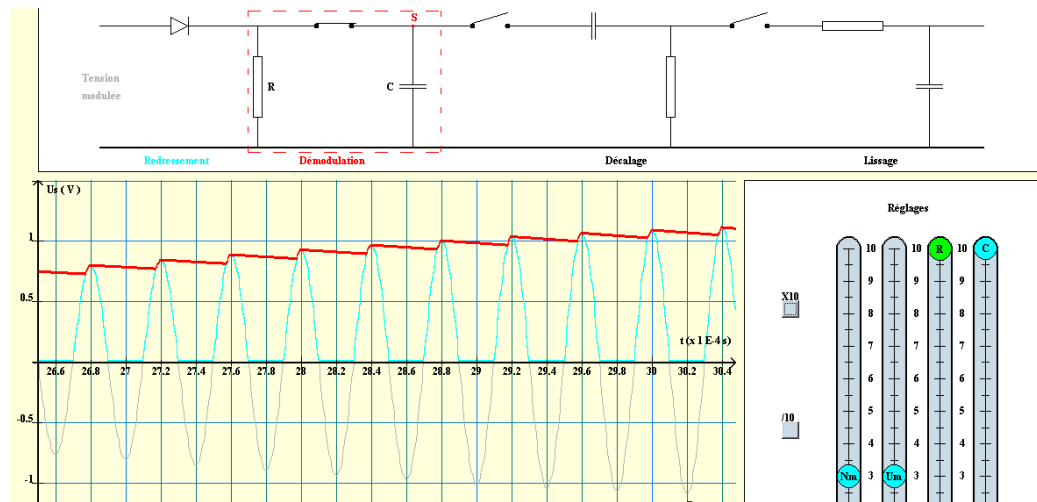
Demodulator: detector de anvelopa



O filtrare trece - jos a semnalului $u_2(t)$ și înlăturarea componentei continue, asigură refacerea 16 semnalului modulator.

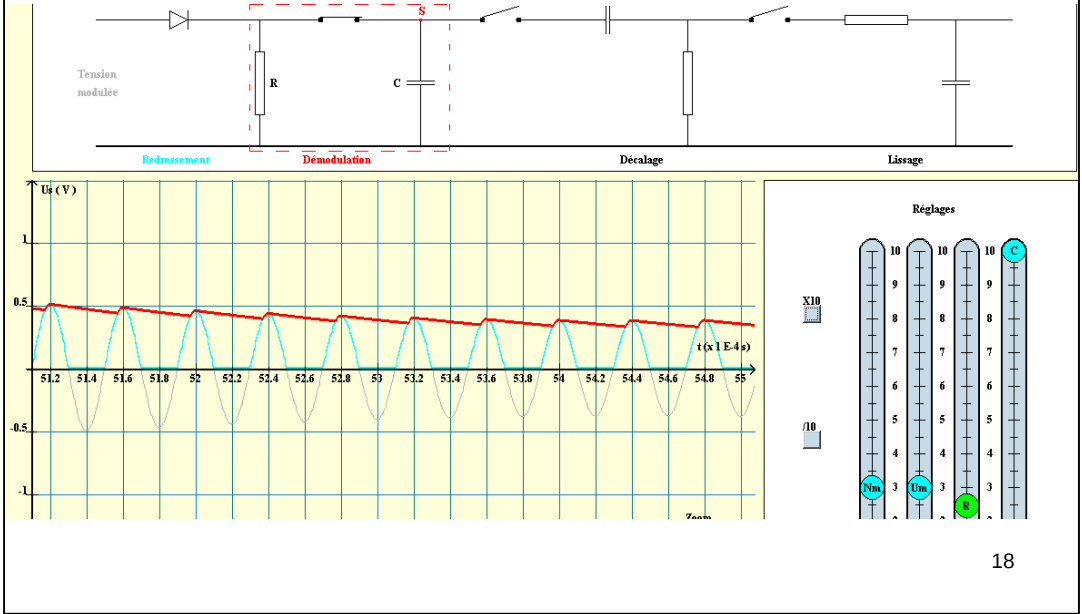
Și demodulatorul este simplu de implementat. El constă dintr-un detector de vârf realizat cu o diodă și un condensator și din două filtre, unul trece jos și unul trece sus pentru înlăturarea componentei continue. La intrarea demodulatorului cu schema din figura a) este adus semnalul MAP2BL, $s(t)$ care este egal cu tensiunea $u_1(t)$ (reprezentat cu roșu în figura b). Cu galben este reprezentată anvelopa de modulație, care are forma semnalului modulator, $x(t)$. Expresia analitică a anvelopei de modulație este $A_c(1+k_a x(t))$. Semnalul de la ieșirea detectorului de vârf este tensiunea de pe rezistența de sarcină notată cu $u_2(t)$. Forma sa de undă este reprezentată cu negru în figura. Se observă că în intervalul de timp în care tensiunea $u_1(t)$ crește și este mai mare decât tensiunea $u_2(t)$, dioda conduce și condensatorul se încarcă. Tensiunea $u_2(t)$ urmărește variația tensiunii $u_1(t)$. În momentul în care tensiunea $u_1(t)$ începe să scadă, dioda se blochează și condensatorul se descarcă peste rezistența de sarcină. Descărcarea se realizează exponențial și durează până când tensiunea u_1 devine din nou mai mare decât tensiunea u_2 , când ciclul descris anterior se reia. În consecință, tensiunea u_2 va avea o formă asemănătoare cu anvelopa de modulație a semnalului modulat în amplitudine. Pentru a reduce abaterile tensiunii $u_2(t)$ de la forma anvelopei de modulație se recurge la netezirea formei sale de undă realizată prin filtrare trece-jos. La ieșirea filtrului trece-jos se obține o tensiune a cărei formă de undă este foarte asemănătoare cu forma anvelopei de modulație a semnalului modulat în amplitudine de la intrare având expresia analitică $A_c(1+k_a x(t))$. Componenta continuă a acestui semnal are valoarea A_c . Cu ajutorul unui filtru trece-sus poate fi eliminată această componentă continuă obținându-se un semnal cu expresia analitică $A_c k_a x(t)$, proporțional cu semnalul modulator $x(t)$. Deci și demodulatorul MAP2BL poate fi implementat ușor.

<http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/modem/modem.htm>

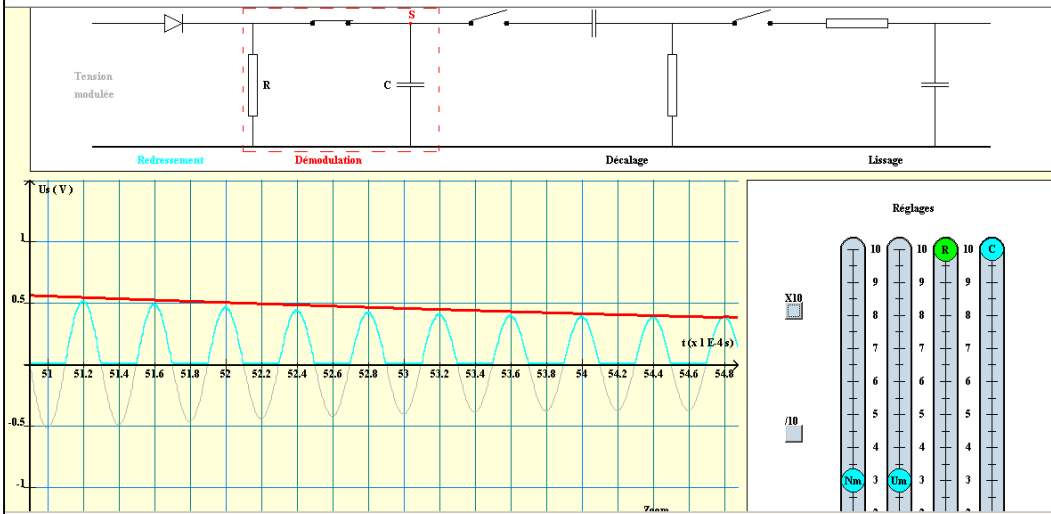


<http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/modem/modem.htm>

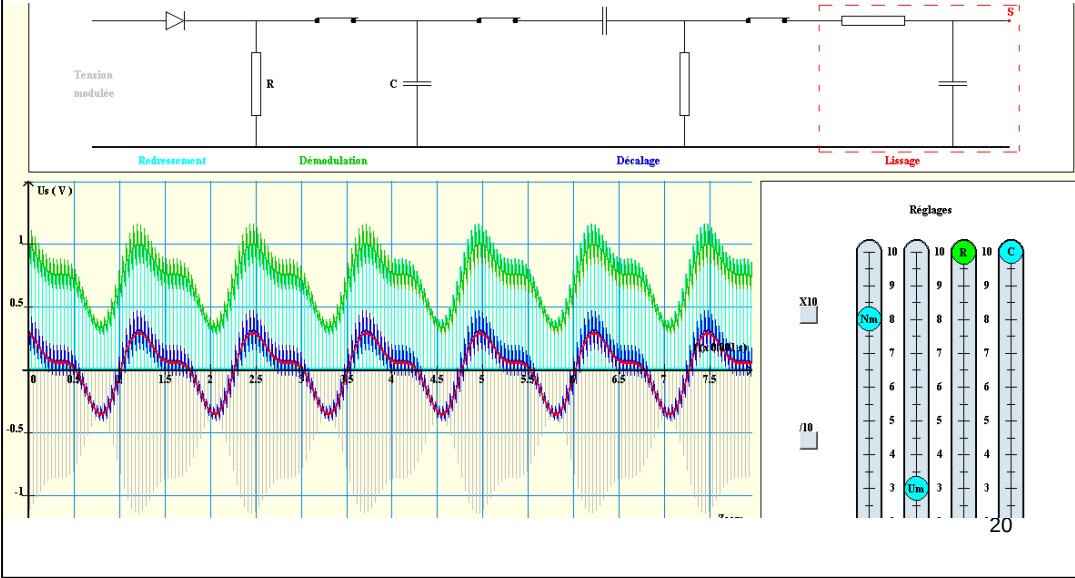
<http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/modem/modem.htm>



<http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/modem/modem.htm>



<http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/modem/modem.htm>



Puterea semnalului AM

$$x(t) = A_m \cos \omega_m t$$

$$\begin{aligned} s(t) &= [A_c + K_a A_m \cos \omega_m t] \cos(\omega_c t) \\ &= A_c \cos(\omega_c t) + \frac{mA_c}{2} \cos[(\omega_c - \omega_m)t] + \frac{mA_c}{2} \cos[(\omega_c + \omega_m)t] \end{aligned}$$

$$\text{Puterea semnalului modulator } P_m = \frac{A_m^2}{2}$$

$$\text{Puterea semnalului AM: } P_s = \frac{A_c^2}{2} + \frac{m^2 A_c^2}{8} + \frac{m^2 A_c^2}{8} = \frac{A_c^2}{4} (2 + m^2)$$

21

Modulatia de amplitudine are un randament energetic foarte slab:

-desi purtatoarea nu transmite in sine informatie, ea este prezenta in spectru, iar

-faptul ca se transmit doua benzi laterale, fiecare purtand aceeasi informatie utila, face ca randamentul sa scada si mai mult.

Putererea semnalului modulator P_m este puterea utila.

Puterea semnalului modulat este P_s .

La detectie, se foloseste doar o banda laterala
cu amplitudinea $mA_c/2$.

Puterea utila $P_u = \frac{m^2 A_c^2}{8}$

Eficienta la receptor $\eta = \frac{P_u}{P_s} = \frac{m^2}{2(2+m^2)}; 0 < m^2 \leq 1$

Eficienta maxima $\eta_{\max} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cong 16.67\% \quad (m=1)$

Daca puterea din ambele benzi laterale = utila , $P_u = m^2 A^2 / 4$,

se dubleaza eficienta : $\eta = \frac{m^2}{2+m^2}, \eta_{\max} = 33.33\%$

22

La receptor se foloseste o singura banda laterala, deci randamentul la receptie este raportul dintre puterea utila si puterea semnalului modulat P_u/P_s .

Se vede ca valoarea maxima se obtine pentru $m=1$, adica 16.67%.

Daca se considera ca putere utila puterea din ambele benzi laterale, randamentul se dubleaza, iar valoarea maxima devine 33,33%.

MA risipeste banda de frecvente, una din resursele cele mai sarace pe care le avem la indemana in telecomunicatii.

In etapa actuala, suntem dispusi sa complicam circuitele pentru a putea reduce banda ocupata si puterea necesara. De aceea este bine sa renuntam la una din cele doua benzi si este de asemenea bine sa suprimam purtatoarea din semnalul modulat. Se ajunge astfel la prcoedeele de modulatie de amplitudine liniare.

Observatie

- Aceasta modulatie este neliniara

$$s_1(t) = A_c [1 + k_a x_1(t)] \cos \omega_c t;$$

$$s_2(t) = A_c [1 + k_a x_2(t)] \cos \omega_c t;$$

Daca $s_{1+2}(t)$ rezulta din modulatia cu suma $x_1(t) + x_2(t)$ avem:

$$s_{1+2}(t) = A_c \{1 + k_a [x_1(t) + x_2(t)]\} \cos \omega_c t \neq s_1(t) + s_2(t)$$

23

Întrucât MAP2BL și demodularea sa se fac cu diode, care sunt dispozitive neliniare, acest tip de modulație de amplitudine nu este liniară. Alături de celelalte dezavantaje ale sale, amintite deja, neliniaritatea sa o face mai puțin folositoare și folosită. Există alte tipuri de modulație de amplitudine liniare.

Modulația de amplitudine liniară

$$\begin{aligned}s(t) &= a(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)] \\ &= [a(t) \cos \phi(t)] \cos \omega_c t - [a(t) \sin \phi(t)] \sin \omega_c t \\ &= s_I(t) \cos \omega_c t - s_Q(t) \sin \omega_c t ,\end{aligned}$$

forma canonică a unui filtru trece bandă

$s_I(t)$ – componenta în fază,

$s_Q(t)$ - componenta în cuadratură.

Ambele trebuie să aibă o dependență liniară de $x(t)$ pentru a obține o modulație liniară.

24

De exemplu, modulația de amplitudine cu purtătoare suprimată și două benzi laterale, MAPS2BL, modulația de amplitudine cu bandă laterală unică MABLU (Single Side Band-SSB) sau modulația de amplitudine cu rest de bandă laterală (cu bandă laterală vestigială) MABLV (Vestigial Side Band-VSB). Acestea pot fi privite ca și modulații de amplitudine în cuadratură.

Forma generală a unei modulații de amplitudine este prezentată în prima relație. Semnalul modulat în amplitudine, $s(t)$ este un produs dintre o amplitudine variabilă în timp (notată cu $a(t)$) și un cosinus de frecvență ω_c și de fază inițială variabilă în timp $\phi(t)$. Ținând seama de formula trigonometrică a cosinusului unei sume, semnalul $s(t)$ se poate pune în forma din ecuația a doua : diferența dintre $\cos \omega_c t$ înmulțit cu $a(t) \cos \phi(t)$ și $\sin \omega_c t$ înmulțit cu $a(t) \sin \phi(t)$.

Notăm amplitudinea variabilă în timp a lui $\cos \omega_c t$ cu $s_I(t)$, componenta în fază (această amplitudine variabilă depinde de $\cos \phi(t)$) și

amplitudinea variabilă a lui $\sin \omega_c t$ cu $s_Q(t)$, componenta în cuadratură ($\sin \phi(t)$ este perpendicular (în cuadratură) pe $\cos \phi(t)$). Dacă atât componenta în fază cât și componenta în cuadratură depind liniar de semnalul modulator ($x(t)$) atunci semnalul $s(t)$ descrie o modulație de amplitudine liniară.

Modulația de amplitudine liniară

Tip de modulație		Componenta în fază	Componenta în cuadratura	Observatii
Cu 2 benzi laterale și purtătoare suprimată 2BL-PS, Double sideband suppressed carrier DSB-SC		$x(t)$	0	$x(t)$ -mesaj
Cu banda laterală unică BLU Single sideband SSB	Se transmite BL superioară	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$
	Se transmite BL inferioară	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$
Cu banda laterală vestigială with vestigial sideband VSB	Se transmite vestigiul BL superioare	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}x'(t)$	
	Se transmite vestigiul BL inferioare	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}x'(t)$	

2BL-PS, banda de frecvențe la fel ca la AM

VSB – semnale de banda largă

25

În tabel se dau exemple de modulații liniare de amplitudine de tipul MAPS și MABLU. Se specifică în fiecare caz expresiile componentelor în fază și în cuadratură. În cazul MAPS2BL nu există componentă în cuadratură, componenta în fază fiind chiar semnalul modulator. $s(t)=x(t)\cos(\omega ct)$. Este deci vorba despre o simplă modulație de produs. În cazul MABLU dacă se decide transmiterea benzii laterale superioare atunci componenta în fază este egală cu $(1/2)x(t)$ iar componenta în cuadratură este egală cu $(1/2)\mathcal{H}\{x(t)\}$ (unde s-a notat cu $\mathcal{H}$ transformata Hilbert). Dacă se decide să se transmită banda laterală inferioară atunci componenta în fază are expresia $(1/2)x(t)$ dar componenta în cuadratură are expresia $(-1/2)\mathcal{H}\{x(t)\}$. MABLV este un tip intermediar de modulație. Și în cazul MABLV componenta în fază are tot valoarea $(1/2)x(t)$, indiferent vestigiul căreia dintre cele 2 benzi laterale se transmite. Componenta în cuadratură este egală cu $(1/2)x'(t)$ dacă se transmite vestigiul benzii laterale inferioare respectiv cu $-(1/2)x'(t)$ dacă se transmite vestigiul benzii laterale superioare.

Tipuri de modulație liniară

1. Cu 2 benzi laterale și purtătoare suprimată -2BL-PS,
2. Cu banda laterală unică – BLU,
3. Cu rest de bandă laterală – cu bandă laterală vestigială.

26

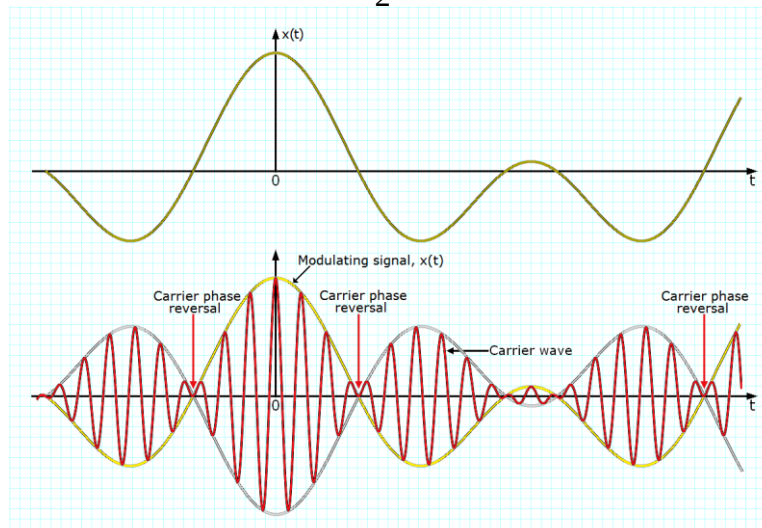
Așa după cum am spus deja există următoarele tipuri de modulație de amplitudine : MAPS2BL, MABLU (SSB) și MABLV (VSB).

Observatii

- Componenta in faza $s_I(t)$ depinde doar de semnalul mesaj
- Componenta in cuadratura $s_Q(t)$ = varianta filtrata a semnalului mesaj. Modificarea spectrala a lui $s(t)$ in comparatie cu $x(t)$ este data numai de $s_Q(t)$
- Scopul componentei $s_Q(t)$, daca exista, este sa interfereze cu componenta in faza pentru a elimina/reduce puterea dintr-o banda laterala a semnalului modulat

Modulația cu două benzi laterale și purtătoare suprimată

$$s(t) = A_c x(t) \cos \omega_c t \Rightarrow S(\omega) = \frac{A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)]$$



28

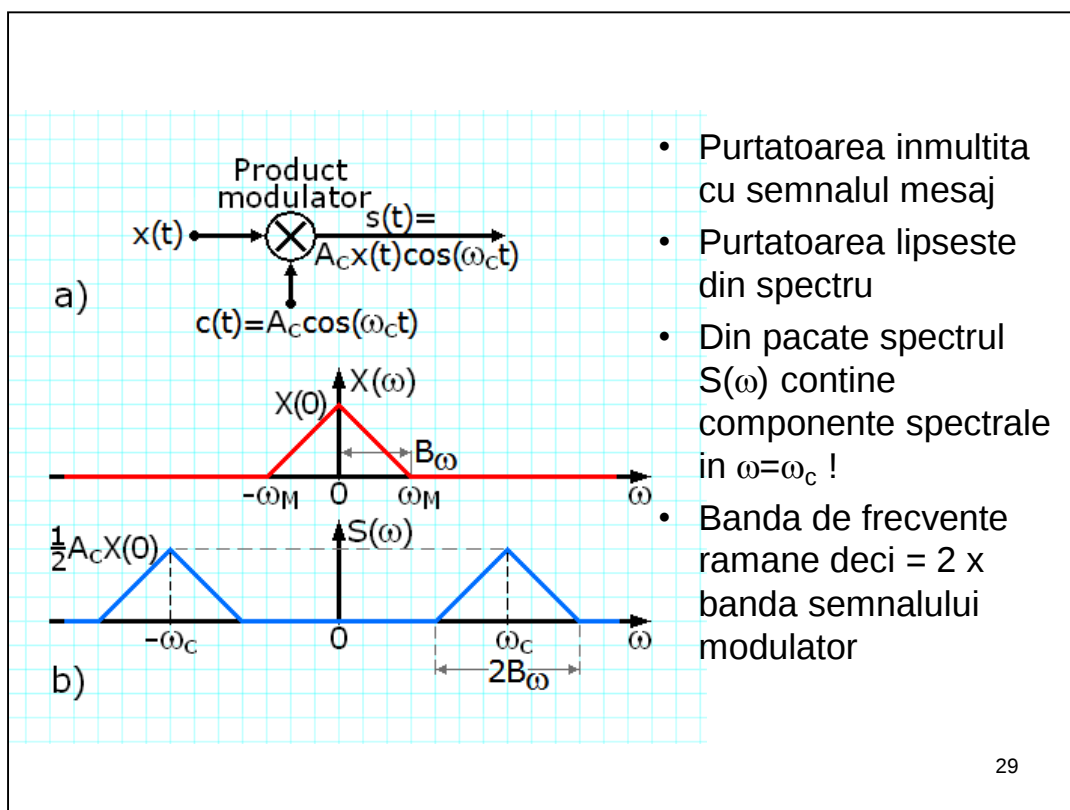
Expresia semnalului MAPS2BL este dată de produsul dintre semnalul modulator $x(t)$ și semnalul purtător $\text{Accos}(\omega_c t)$.

Spectrul semnalului MAPS2BL se obține calculând transformata Fourier a semnalului $s(t)$. Întrucât înmulțirii în domeniul timp îi corespunde o convoluție în domeniul frecvență se obține $S(\omega) = (A_c/2)[X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)]$.

Forma de undă a semnalului modulator este prezentată în figura de sus.

Dedesubt este prezentată forma de undă corespunzătoare a semnalului MAPS2BL. Se observă că apare fenomenul de reversare de fază.

Din acest motiv, în cazul MAPS2BL nu se mai poate realiza demodularea prin detecție de anvelopă



Modelul MAPS2BL este prezentat în figura a).

În figura b (sus) este reprezentat spectrul semnalului modulator $X(\omega)$.

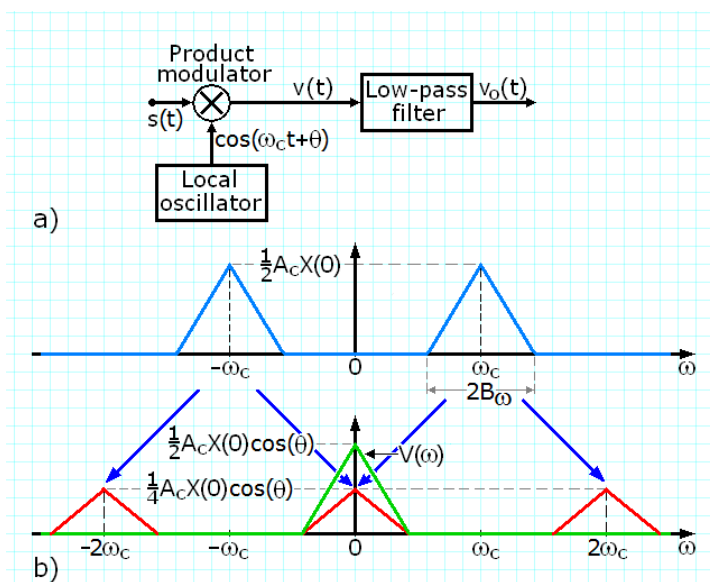
Se constată că banda semnalului modulator este egală cu B_ω .

În figura b (jos) este reprezentat spectrul semnalului MAP2BL corespunzător semnalului modulator considerat. Se observă că acest spectru nu conține purtătoarea dar conține cele două benzi laterale : superioară și inferioară.

Deci MAPS2BL risipește banda de frecvență la fel ca și MAP2BL dar are un randament informațional ceva mai ridicat (deoarece nu se mai transmite purtătoarea).

Detecția coerentă (sincronă)

- Se reconstruieste semnalul modulator $x(t)$



30

În cazul MAPS2BL demodularea se face prin detecție coerentă (sincronă). Schema detectorului coerent este prezentată în figura a. Detectorul este compus dintr-un oscilator local, dintr-un circuit de înmulțire și dintr-un filtru trece-jos. La intrarea detectorului este adus semnalul MAPS2BL, $s(t)$ care este înmulțit cu semnalul generat de oscilatorul local $\cos(\omega_c t + \theta)$, obținându-se la ieșirea circuitului de înmulțire semnalul $v(t)$.

Expresia acestui semnal este : $v(t) = s(t)\cos(\omega_c t + \theta)$, sau ținând seama de expresia semnalului MAPS2BL, $v(t) = A_c x(t)\cos(\omega_c t)\cos(\omega_c t + \theta)$. Folosind formula trigonometrică care exprimă produsul de cosinusuri ca și suma dintre cosinusul de diferență și cosinusul de sumă, se obține :

$v(t) = (A_c/2)x(t)\cos\theta + (A_c/2)x(t)\cos(2\omega_c t + \theta)$. Filtrul trece-jos lasă să treacă primul termen al acestei sume (care are frecvență joasă) dar rejectează cel de al doilea termen (care are frecvențe înalte grupate în jurul lui $2\omega_c$). Expresia semnalului de la ieșirea filtrului trece-jos este $v_0(t) = (A_c/2)x(t)\cos\theta$. S-a obținut așadar un semnal proporțional cu semnalul modulator $x(t)$, adică s-a realizat demodularea. În figura b, sus, este reprezentat spectrul semnalului de intrare $s(t)$.

În figura b, jos este desenat spectrul semnalului $v(t)$ de la intrarea filtrului trece-jos. Acesta se obține prin modularea de produs a semnalului $s(t)$ cu un semnal purtător de frecvență ω_c adică prin deplasarea la stânga și la dreapta a spectrului $S(\omega)$ cu ω_c . Se obțin două benzi centrate pe frecvențele $2\omega_c$ și $-2\omega_c$, precum și o bandă dublată în jurul lui zero. Benzile centrate pe $2\omega_c$ și $-2\omega_c$ sunt rejectate de filtrul trece-jos iar banda centrată pe zero este neafectată.

$$v(t) = s(t) \cos(\omega_c t + \theta) = A_c x(t) \cos \omega_c t \cos(\omega_c t + \theta)$$

$$= \underbrace{\frac{A_c}{2} x(t) \cos \theta}_{\text{banda de baza } (-\omega_M, \omega_M)} + \underbrace{\frac{A_c}{2} x(t) \cos(2\omega_c t + \theta)}_{\text{centrat pe } 2\omega_c, (2\omega_c - \omega_M, 2\omega_c + \omega_M)}$$

$$v_0(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos \theta \text{ (iesirea FTJ)}$$

Ca urmare a faptului ca oscilatorul local de la receptie are un defazaj de θ fata de oscilatorul de la emisie care genereaza purtatoarea, apare o scadere a raspunsului detectorului sincron.

Acesta este maxim pentru $\theta = 0$ si nul pentru $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$.

Defazajul trebuie sa ramana constant in timp, altfel apare o modulatii suplimentara. Deci oscilatorul local al receptorului trebuie sa fie in sincronism perfect cu generatorul de purtatoare de la emisie atat in frecventa cat si in faza (sinfazic). O metoda practica de realizare a sincronismului receptorului cu emitatorul este metoda buclei Costas.

31

Constanta de proporționalitate dintre $v(t)$ și $x(t)$ este egală cu $(A_c/2)\cos\theta$. Pentru ca această constantă de timp să aibă o valoare rezonabilă este necesar ca unghiul θ care reprezintă defazajul dintre semnalele purtătoare de la emisie și de la recepție să fie cât mai mic. Deci pentru o bună funcționare a detectorului sincron este necesară sincronizarea de frecvență (semnalul furnizat de oscilatorul local trebuie să aibă chiar frecvența ω_c identică cu frecvența semnalului purtător folosit la emisie) și sincronizarea de fază. Această condiție nu este întotdeauna ușor de satisfăcut.

Semnalul de la ieșirea detectorului sincron poate să ajungă chiar egal cu 0 dacă θ devine $\pm\pi/2$. Păstrarea sincronismului poate fi realizată cu ajutorul unor circuite numite buclă de calare a fazei, ca de exemplu bucla Costas.

Multiplexare cu purtătoare în cuadratură

Modulație de amplitudă în cuadratură, Quadrature-amplitude modulation (QAM)

Un sistem ce multiplexează, în cuadratură două mesaje folosind modulația DSB-SC pe aceeași bandă de frecvență
 $\Rightarrow$ *economisirea benzii de frecvență*

Modulatoare în cuadratură: două purtătoare în cuadratură; aceeași frecvență, defazate cu $\pm\pi/2$ ($\pm 90^\circ$)

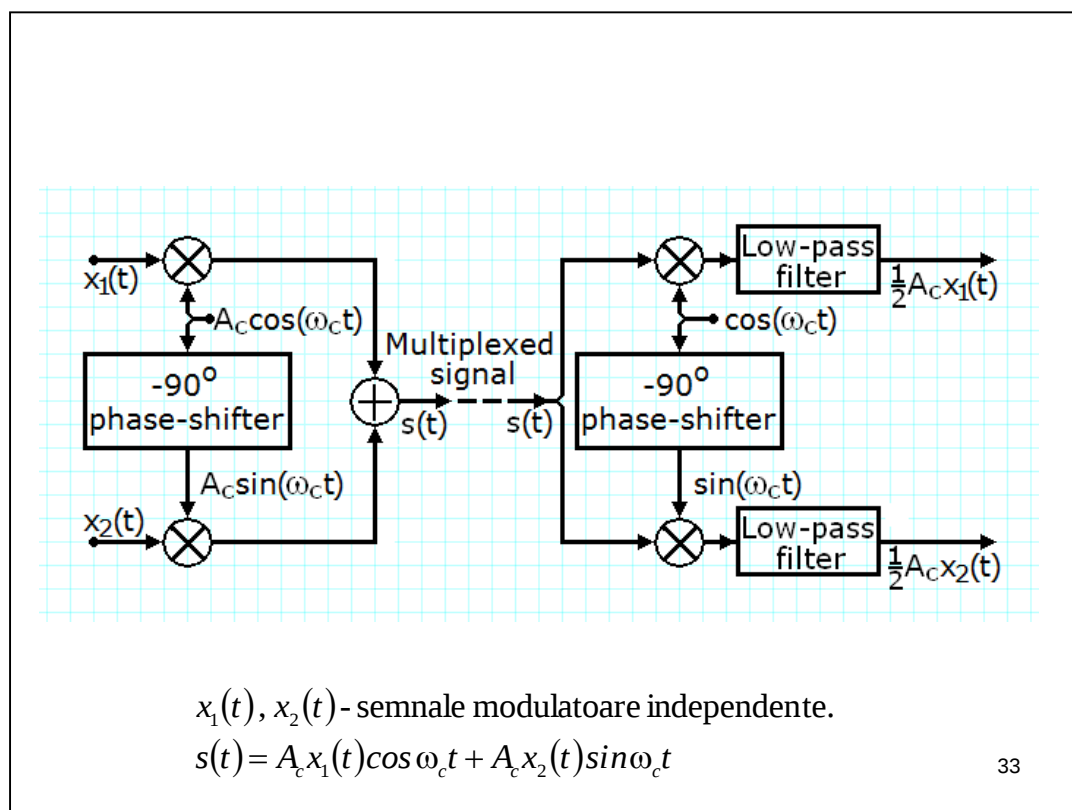
Demodulator: două detectoare coerente, defazaj $\theta = \pm\pi/2$

Iesirea detectorului sincron = nulă (efectul de cuadratură)

32

O aplicație a MAPS2BL este multiplexarea cu purtătoare în cuadratură. Prin multiplexare, se transmit pe același canal, simultan două (sau mai multe) semnale.

Dacă se dorește transmiterea simultană a două semnale $x_1(t)$ și $x_2(t)$ pentru aceasta se folosesc două modulatoare pentru MAPS2BL, conectate pe două ramuri. Pe ramura de sus se folosește semnalul purtător $\text{Accos}(\omega_c t)$ iar pe ramura de jos se folosește semnalul purtător $\text{Ac sin}(\omega_c t)$ (semnalul în cuadratură cu $\text{Acsin}(\omega_c t)$).



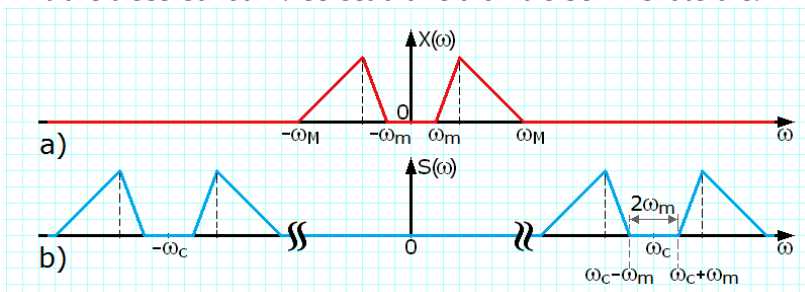
Prin adunarea semnalelor de la ieşirile celor două ramuri se obţine semnalul $s(t) = A_c x_1(t) \cos \omega_c t + A_c x_2(t) \sin \omega_c t$, care se transmite prin canalul de comunicaţii. Operaţia inversă multiplexării se numeşte demultiplexare. Demultiplexorul se conectează la ieşirea din canal. Pentru demultiplexare se folosesc două detectoare sincrone. Pe ramura de sus se foloseşte semnalul purtător $\cos \omega_c t$ iar pe ramura de jos se foloseşte semnalul purtător $\sin \omega_c t$.

Semnalele de la intrările filtrelor trece jos de pe cele două ramuri au expresiile din ecuaţiile de jos. Filtrele trece jos înlătură componentele de frecvenţe înalte (grupate în jurul lui $2\omega_c$) la ieşirile lor obţinându-se componente proporţionale cu cele două semnale care au fost multiplexate.

Modulația cu bandă laterală unică

Generare: Modulație de produs $\Rightarrow$ MAPS,

Filtrare trece-banda $\Rightarrow$ selecția uneia dintre benzile laterale.



bandgap - semnale vocale, $\omega_m = 300$ rad/sec.

Restricții pentru filtrul de rejectare a benzii dorite :

1. banda laterală dorită $\subset$ banda de trecere a filtrului,
2. banda laterală nedorită $\subset$ banda de blocare a filtrului,
- latimea benzii de tranziție a filtrului $< 2\omega_m$.

Demodularea se face prin detecție sincronă.

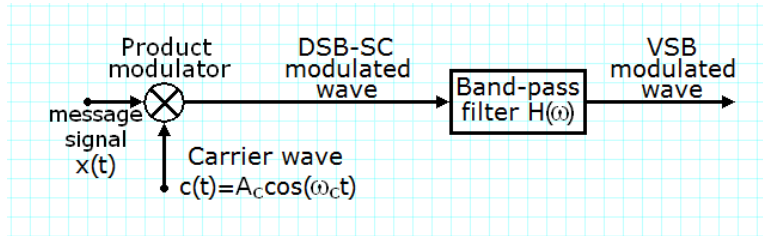
34

MABLU (SSB) poate fi realizată printr-o MAPS2BL urmată de o filtrare trece-banda prin care se selecționează banda laterală dorită. În urma MAPS2BL se obține semnalul $s(t)$ cu banda de două ori mai mare decât una dintre benzile laterale. Dacă folosim un filtru trece-banda a cărui bandă începe la ω_c și este egală cu ω_M atunci va fi selectată banda laterală superioară. Dacă folosim un filtru trece-banda a cărui bandă începe la $\omega_c - \omega_M$ și este egală cu ω_M atunci va fi selectată banda laterală inferioară. Din păcate filtrele trece-banda pe care le putem folosi nu sunt ideale și nu au o tranziție foarte abruptă din banda de trecere în banda de blocare. De aceea există unele limitări în generarea semnalelor MABLU :

1. Banda laterală dorită trebuie să fie în banda de trecere a filtrului trece-banda,
2. Banda laterală nedorită trebuie să fie inclusă în banda de oprire a filtrului trece-banda,
3. Între cele două benzi laterale ale semnalului MAPS2BL ar trebui să existe un gol de latime spectrală $2\omega_m$ ("gap") care să fie inclusă în banda de tranziție a filtrului.

În consecință, metoda de generare a semnalului MABLU descrisă este potrivită pentru transmiterea semnalelor "bandgap" așa cum sunt de exemplu semnalele vocale, al căror spectru este limitat într-o bandă de frecvențe $[\omega_m, \omega_M]$. Un exemplu de spectru de semnal vocal, $X(\omega)$, este prezentat în figura a). În urma MAPS2BL a acestui semnal se obține spectrul din figura b). Se observă că golul de lățime $2\omega_m$ facilitează filtrarea trece-banda a uneia dintre benzile laterale; iar lățimea benzii de tranziție a filtrului trece-banda trebuie să fie mai mică decât $2\omega_m$. În cazul semnalelor care nu au bandgap (de exemplu semnalul de televiziune se preferă utilizarea MABLV). La fel ca în cazul MAPS2BL și în cazul MABLU demodularea se realizează prin detecție sincronă.

Modulația cu rest de bandă laterală



Se utilizeaza in televiziunea comerciala.

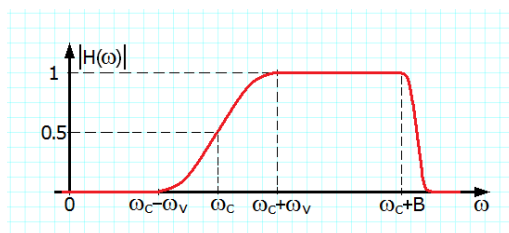
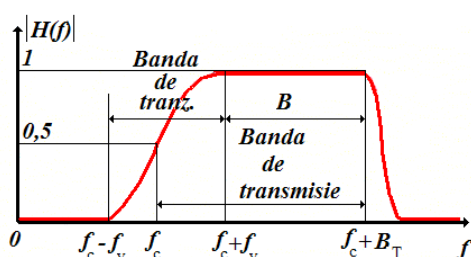
Banda de transmisie:

$$B_T = B + 2\pi f_v$$

B -banda semnalului mesaj; $f_v = \frac{\omega_v}{2\pi}$ -banda vestigiala

35

În cazul MABL (VSB) una dintre benzile laterale este parțial suprimată și pentru a compensa efectul acestei suprimări se transmite un rest din cealaltă bandă laterală. Și MABL se implementează cu ajutorul unei MAPS2BL (obținându-se un semnal $s(t)$ care poate avea spectrul ca în figura de sus) urmată de o filtrare trece jos (așa după cum se vede în figura de jos din stânga) dar de această dată se folosește un filtru special având răspunsul în frecvență $H(f)$ de forma celui din figura din dreapta jos. Acest filtru se folosește dacă se dorește transmiterea benzii laterale superioare însoțită de un rest din banda laterală inferioară. Frecvența de tăiere inferioară a filtrului trece bandă este egală cu frecvența purtătoare f_c și banda de tranziție începe la $f_c - f_v$ și se termină la $f_c + f_v$, unde s -a notat cu f_v lățimea restului de bandă laterală. Caracteristica de frecvență a filtrului trece bandă în banda de tranziție este simetrică față de punctul de coordonate $(f_c, 0,5)$. Banda de transmisie, B_T , trebuie să fie mai mare decât f_M , pentru a se putea transmite o parte cât mai mare din banda laterală superioară. Având în vedere faptul că semnalul video este de bandă largă și că frecvențele joase au o pondere însemnată în acest semnal, MABL se folosește în sistemele de televiziune comercială. Mai multe amănunte despre construcția filtrului trece bandă și despre folosirea MABL în televiziune găsiți la adresa http://www.tc.etc.upt.ro/teaching/ps/Cap12_Modulatie.pdf la paginile 17-21.



* Suma modulelor raspunsului la frecvente simetric plasate fata de f_c trebuie sa fie unu, in banda de tranzitie

$$H(\omega - \omega_c) + H(\omega + \omega_c) = 1$$

* Faza raspunsului este liniara in banda

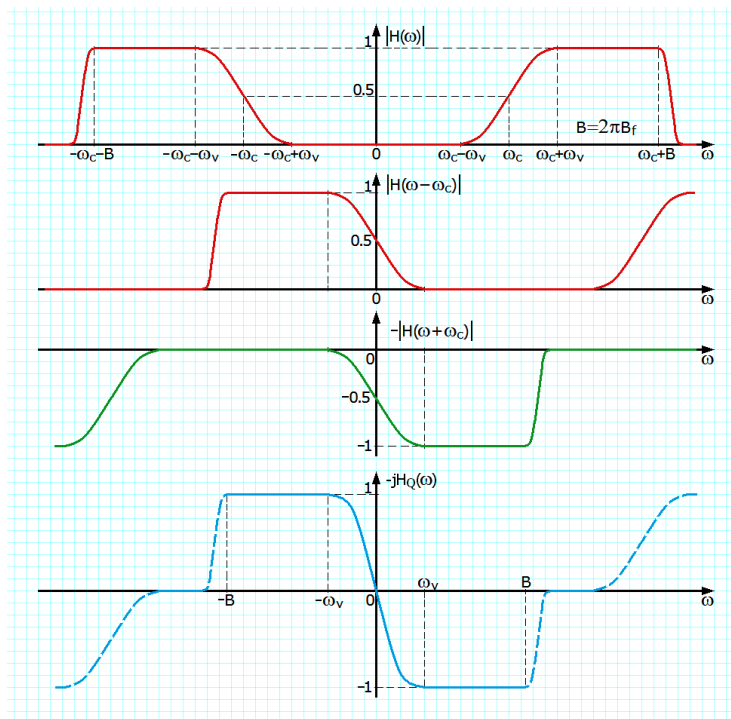
-filtrul trecebanda face diferenta intre modulatia cu banda laterala (MABLU) si modulatia cu rest de banda laterala (vestigiala).

-simetrie impara in banda de tranzitie $[f_c - f_v, f_c + f_v]$ centrata pe frecventa de taiere f_c

$$s(t) = \frac{1}{2} A_c x(t) \cos \omega_c t \pm \frac{1}{2} A_c x'(t) \sin \omega_c t$$

- “+” transmiterea vestigiului din banda laterala superioara
- “-” transmiterea vestigiului din banda laterala inferioara
- Semnalul $x'(t)$ este componenta de cuadratura a semnalului $s(t)$; se obtine trecand mesajul $x(t)$ prin filtrul $H_Q(\omega)$

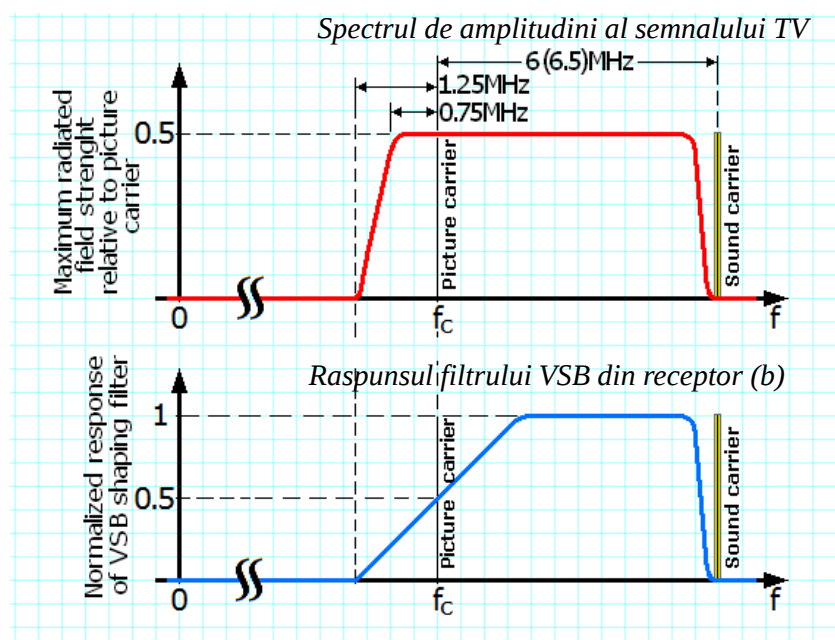
$$H_Q(\omega) = j[H(\omega - \omega_c) + H(\omega + \omega_c)]; \quad -B \leq \omega \leq B$$



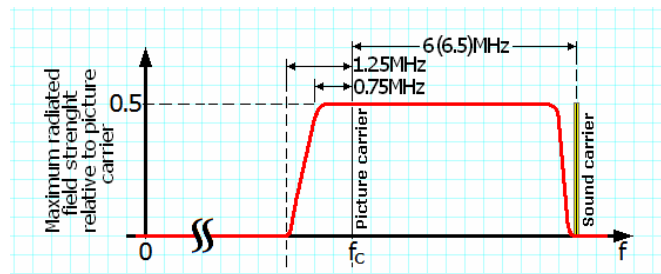
- Modulația cu bandă laterală unică, MA-BLU (SSB) poate fi văzută ca modulație cu rest de bandă cu vestigiul redus la zero
- Filtrul pentru componenta de cuadratură :

$$H_Q(\omega) = -j \operatorname{sgn} \omega$$

$$x'(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$$
- 1. Semnalul video are o bandă largă, cu componente de joasă frecvență semnificative $\Rightarrow$ modulația cu bandă vestigială.
- 2. Circuitele folosite în construcția demodulatorului trebuie să fie simple (cost acceptabil) $\Rightarrow$ detectia de anvelopă, care impune însă adăugarea unei purtătoare semnalului



- America de Nord: latimea de banda a canalului 6 MHz
- Frecventa purtatoarei de semnal 55,25 MHz,
- frecventa purtatoarei de sunet 59,75 MHz
- Informatia continuta de semnalul de imagine: spectru ce se intinde cu 1,25MHz sub purtatoare si cu 4,5MHz peste purtatoare.



- Adaugand purtatoarea

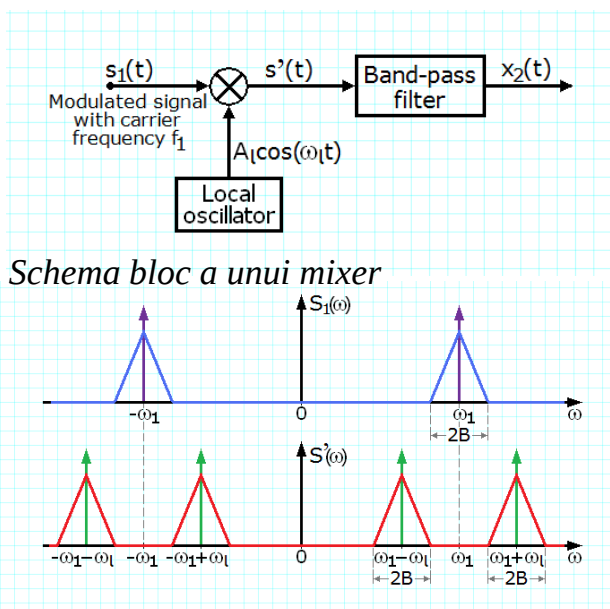
$$s(t) = A_c \left[1 + \frac{1}{2} m x(t) \right] \cos \omega_c t \pm \frac{1}{2} m A_c x'(t) \sin \omega_c t$$

- m -gradul de modulatie. La detectia de anvelopa:

$$a(t) = A_c \left[1 + \frac{1}{2} m x(t) \right] \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{1}{2} m x'(t)}{1 + \frac{1}{2} m x(t)} \right]^2}$$

- distorsiunea ce apare ca urmare a existentei lui $x'(t)$, ce determina termenul de cuadratura, se poate reduce prin :
 - reducerea gradului de modulatie,
 - crescand latimea benzii vestigiale, pt a reduce $x'(t)$
- In TV comerciala, largimea benzii vestigiale 0,75MHz (1/6 din banda) astfel aleasa incat distorsiunile sa ramana in limite tolerabile chiar la $m=100\%$

Translația de frecvențe



Schema bloc a unui mixer

- Schimba frecvența purtătoare a semnalului modulat de la ω_1 la ω_2
- Mixer: modulator de produs + filtru trece-banda

Conversie în sus $\omega_2 > \omega_1$

$$\omega_l = \omega_2 - \omega_1$$

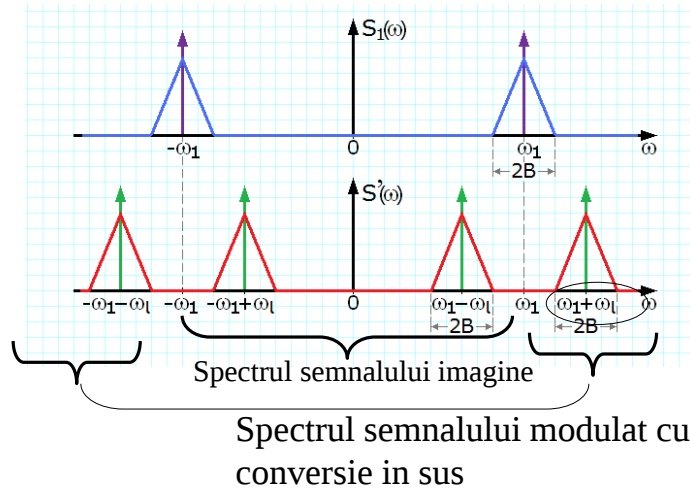
Conversie în jos $\omega_2 < \omega_1$

$$\omega_l = \omega_1 - \omega_2$$

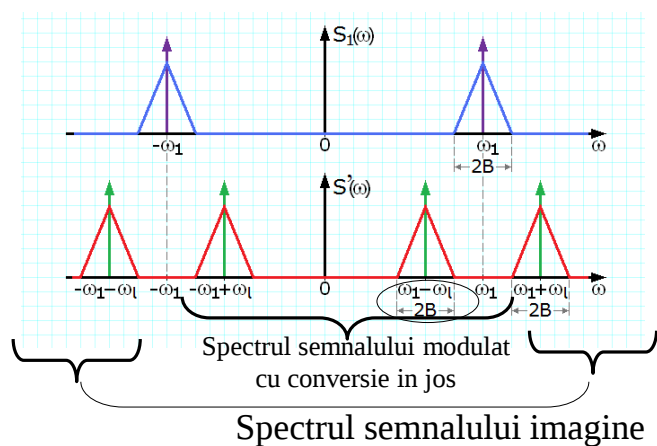
43

Una dintre aplicațiile MAPS2BL este translația de frecvențe. Așa cum s-a spus deja, există situații în care dorim să translatăm spectrul unui semnal din banda de bază (cuprinsă între 0 și o frecvență maximă) într-o bandă centrată pe o frecvență mult mai mare pentru a facilita transmisia (de exemplu în radiodifuziune). La recepție va trebui să facem translația de frecvență inversă (din banda centrată pe frecvența înaltă în banda de bază). Cu ajutorul sistemului cu schema bloc din figura de sus putem să transformăm semnalul $s_1(t)$, care este un semnal modulat în amplitudine având frecvența purtătoare ω_1 , în semnalul $s_2(t)$, care este un semnal modulat în amplitudine având frecvența purtătoare ω_2 . Sistemul din figura de sus se numește mixer și este compus dintr-un circuit de înmulțire cu un semnal armonic de amplitudine A_l și de frecvență ω_l , la a cărei ieșire se obține semnalul $s'(t)$ și dintr-un filtru trece bandă. Dacă spectrul semnalului $s_1(t)$ are forma din figura de sus atunci spectrul semnalului $s'(t)$ are forma din figura de jos. Dacă se dorește ca frecvența ω_2 să fie mai mare decât ω_1 atunci se alege pentru frecvența centrală a filtrului trece bandă valoarea $\omega_1 + \omega_l$ (selectându-se sub-benzile verzi din spectrul $S'(\omega)$) iar dacă se dorește ca frecvența ω_2 să fie mai mică decât ω_1 atunci se alege pentru frecvența centrală a filtrului trece bandă valoarea $\omega_1 - \omega_l$ (selectându-se sub-benzile maro din spectrul $S'(\omega)$). În ambele cazuri, lățimea de bandă a filtrului trece bandă trebuie să fie mai mare decât $2B$ dar mai mică decât ω_l . Se observă că se realizează o translație a frecvenței purtătoare de ω_l . Valoarea minimă a acestei translații este egală cu B .

Conversie in sus (Up conversion), $\omega_2 > \omega_1$



Conversie in jos (Down conversion), $\omega_2 < \omega_1$

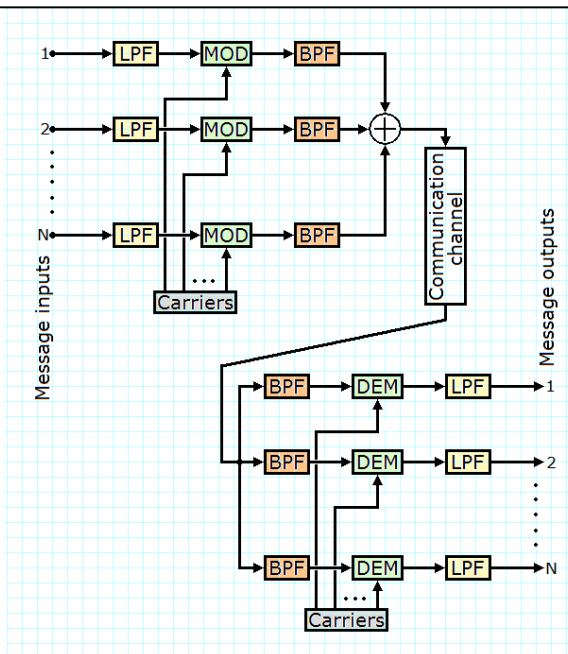


Multiplexarea prin divizare în frecvență

- Sisteme de telefonie: 300Hz-3400Hz
- scop: transmiterea simultana a mai multor semnale vocale pe acelasi canal:
 - Separarea in frecventa FDM-frequency division multiplexing
 - Separarea in timp TDM-time division multiplexing
- Prezentam FDM, folosind MA-BLU (SSB)
- Purtatoare decalate intre ele cu 4kHz
- Filtrele TB – limitare de banda la 4kHz

46

Am arătat deja cum se poate realiza multiplexarea a două semnale folosind modulația de amplitudine cu două purtătoare în cuadratură de aceeași frecvență. Dacă dorim să realizăm o multiplexare a mai mult de două semnale atunci trebuie să realizăm o divizare a resurselor între semnalele pe care dorim să le multiplexăm. Dacă resursa pe care o divizăm este banda de frecvențe a canalului de comunicații atunci vorbim despre multiplexare prin divizare în frecvență, FDM (Frequency Division Multiplexing). Dacă resursa pe care o divizăm este durata mesajului atunci vorbim despre multiplexare cu divizare în timp TDM (Time Division Multiplexing). În sistemele de telefonie analogică se folosește multiplexarea cu divizare în frecvență pentru a transmite simultan mai multe convorbiri pe același fir. În acest caz banda ocupată de fiecare dintre semnalele care se doresc a fi multiplexate este cuprinsă între 300 Hz și 3400 Hz.



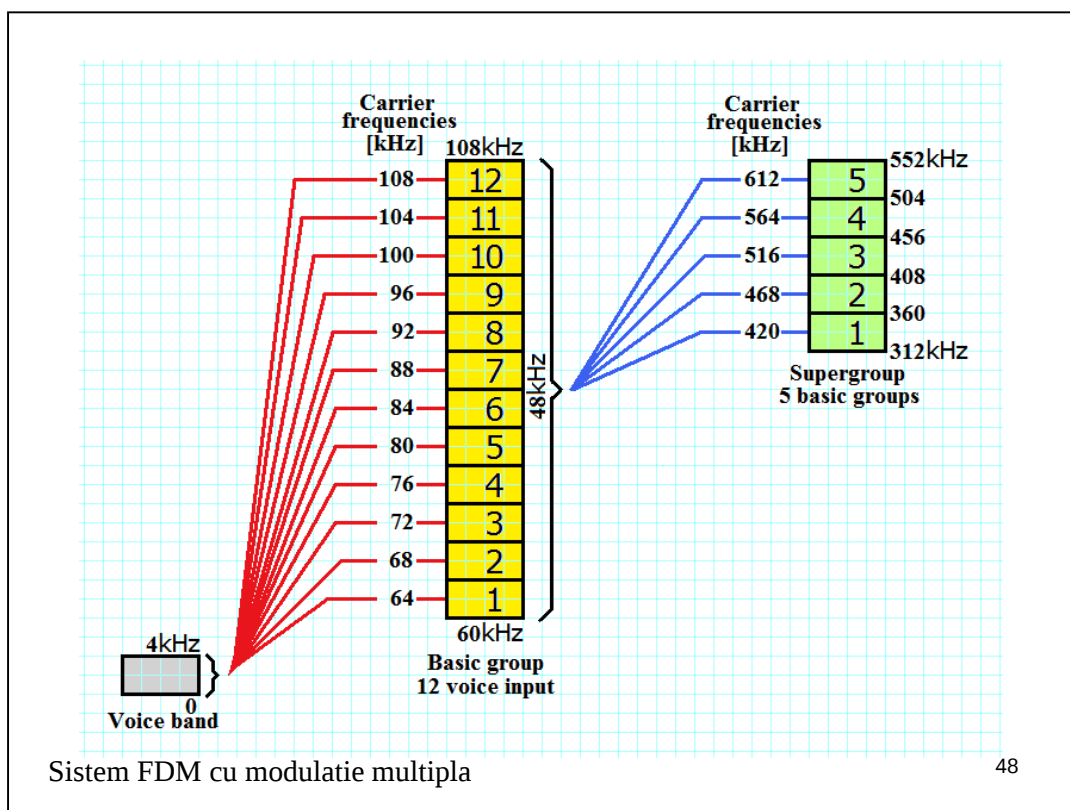
Filtrele TJ inlatura componentele de frecventa inalta

Modulatoarele AM moduleaza semnalele pe purtatoare diferite

47

În figură este prezentată schema unui multiplexor cu divizare în frecvență folosit în sistemele de telefonie analogică. Considerăm că dorim să multiplexăm N semnale vocale. Schema multiplexorului este prezentată în partea de sus a figurii iar schema demultiplexorului în partea de jos. Multiplexorul este compus din N filtre trece jos, din N modulatoare în amplitudine și din N filtre trece bandă. Rolul filtrelor trece jos de la intrare este de a limita spectrul semnalelor vocale la o frecvență maximă de 3400 Hz. Modulatoarele în amplitudine cu bandă laterală unică folosesc purtătoare de frecvențe diferite. Pentru primul semnal vocal se folosește frecvența purtătoare cea mai mică iar pentru ultimul semnal vocal se folosește frecvența purtătoare cea mai mare. Distanța între două frecvențe purtătoare consecutive este de 4 kHz. În acest mod spectrele a două semnale vocale consecutive nu se vor suprapune, existând chiar un interval de gardă între benzile acestor semnale (necesar pentru a compensa caracterul ne-ideal al modulatoarelor). Filtrele trece bandă de la ieșire limitează benzile semnalelor care se vor transmite la 4 kHz. Demultiplexarea se realizează aplicând în ordine inversă operațiile inverse operațiilor efectuate la multiplexare. La intrarea în demultiplexor sunt conectate N filtre trece bandă care elimină o parte din zgomotul care a afectat semnalele în canalul de comunicații. Apoi semnalele sunt demodate folosite aceleași valori ale frecvențelor purtătoare folosite la multiplexare. Apoi semnalele sunt filtrate trece jos obținându-se estimări ale semnalelor vocale care au fost multiplexate.

Obs: Pentru un sistem de comunicare vocală (telefonica) in ambele sensuri, se recurge la doua sisteme FDM, cate unul pe sens.



48

Exemplu: implementarea practica a unui sistem FDM implica de cele mai multe ori cateva trepte de modulatie, dupa cum se vede in figura. Primul pas combina 12 semnale vocale intr-un grup primar. Se folosesc 12 purtatoare, cu frecvente $f_c = 60 + 4n$ [kHz], cu $n = 1 \dots 12$ si se selecteaza benzile laterale inferioare. Se ocupa astfel un spectru intre 60kHz si 108 kHz (latimea de banda este $108 - 60 = 48$ kHz).

In urmatorul pas 5 grupuri primare se combina in grupuri secundare, folosind 5 purtatoare cu frecventele $f_c = 372 + 48n$ [kHz], $n = 1 \dots 5$. selectand tot benzile laterale inferioare. Se ocupa astfel un spectru de la 420-108=312 kHz pana la 612-60=552 kHz, ocupand o banda de $552 - 312 = 240$ kHz. Mai multe grupuri secundare se asociaza in grupuri tertiare etc.

Obs: In America de Nord termenii folositi pentru grupuri sunt: basic group, super group, master group, very large group.

Modulatia unghiulara

- Un alt mod de a modula o purtatoare sinusoidala : modificarea unghiului – fazei – acesteia, in conformitate cu semnalul din banda de baza.
- amplitudinea purtatoarei se mentine constanta
- ***Avantaj: Comportare mai buna in prezenta zgomotului.***
- ***Dezavantaj: cresterea latimii benzii de frecvente transmise.***

49

Există două tipuri de modulație unghiulară : de frecvență (MF) și de fază (MP).

Semnalul modulat - vector rotitor cu amplitudinea A_c
si unghiul $\theta_i(t)$:

$$s(t) = A_c \cos \theta_i(t)$$

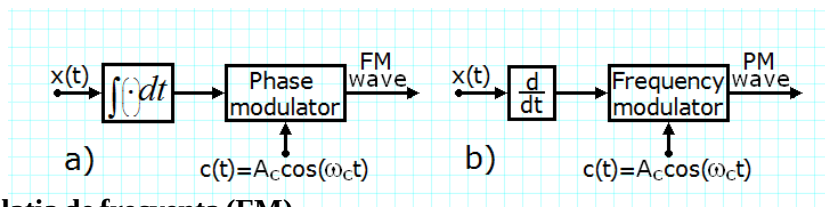
Viteza unghiulara a acestui vector este frecventa instantanee
a semnalului modulat.

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt}$$

50

Semnalului modulat are expresia $s(t) = A_c \cos \theta_i(t)$.

El poate fi reprezentat ca un fazor care formează cu axa orizontală unghiul $\theta_i(t)$.
Viteza unghiulară a acestui vector rotitor reprezintă frecvența instantanee a
semnalului modulat unghiular, $\omega_i(t) = d\theta_i(t)/dt$.



Modulația de frecvență (FM).

$$\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f x(t)$$

k_f [Hz/V] - sensibilitatea de frecvență.

$$\theta_i(t) = \omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow s(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

Semnalul FM generat cu mesajul $x(t)$ = semnal PM generat cu mesajul $\int_0^t x(\tau) d\tau$.

Modulația de fază (PM)

$$\theta_i(t) = \omega_c t + k_p x(t)$$

k_p [rad/V] - sensibilitatea de fază.

$$s(t) = A_c \cos [\omega_c t + k_p x(t)]$$

51

În cazul modulației de frecvență, parametrii semnalului modulator se transferă asupra frecvenței instantanee a semnalului modulat. În cazul modulației de fază parametrii semnalului modulator se transferă asupra fazei inițiale a semnalului modulat.

În cazul modulației de fază expresia semnalului modulat este $s(t) = A_c \cos(\omega_c t + k_p x(t))$, unde k_p se numește sensibilitate de fază și se măsoară în rad/V.

În cazul modulației de frecvență expresia frecvenței instantanee a semnalului modulat este $\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f x(t)$ unde k_f se numește sensibilitate de frecvență și se măsoară în Hz/V. În cazul modulației de frecvență expresia unghiului se obține integrând frecvența instantanee

Comparând expresiile semnalelor modulate în fază și în frecvență se constată că semnalul MF poate fi considerat ca un semnal MP în care semnalul modulator este integrala lui $x(\tau)$.

Un sistem pentru realizarea MF este prezentat în figura a. Semnalul modulator $x(t)$ este integrat cu ajutorul unui integrator și semnalul obținut este adus la intrarea unui modulator în fază. La cealaltă intrare a modulatorului în fază este adus semnalul purtător. Reciproc, modulația de fază a unui semnal poate fi realizată cu ajutorul unui modulator de frecvență dacă acesta folosește ca semnal modulator derivata lui $x(t)$. Un astfel de modulator de fază este prezentat în figura b. Semnalul $x(t)$ este derivat și semnalul obținut este adus la intrarea unui modulator de frecvență. La cealaltă intrare a modulatorului de frecvență este adus semnalul purtător. De aceea proprietățile semnalului MF pot fi deduse din proprietățile semnalului MP și reciproc. În consecință este suficient să studiem doar unul dintre aceste tipuri de modulație.

Modulatia de frecventa

semnal modulator: $x(t) = A_m \cos \omega_m t$

frecventa instantanee $\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f A_m \cos \omega_m t$

Deviatie de frecventa $\Delta\omega = 2\pi k_f A_m$

maximul deplasarii frecventei instantanee de la frecventa purtatoare;

indice de modulatie. $\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m}$

$$s(t) = A_c \cos \theta_i(t) = A_c \cos [\omega_c t + \beta \sin \omega_m t]$$

O caracteristica esentiala a semnalului FM este aceea ca deviatia de frecventa Δf este proportionala cu amplitudinea semnalului modulator A_m ; dar nu depinde de frecventa de modulatie

$\beta \ll 1$ radian - **FM de banda ingusta.**

$\beta \gg 1$ radian - **FM de banda larga.**

52

În cazul în care semnalul modulator este sinusoidal de amplitudine A_m și de frecvență ω_m , frecvența instantanee a semnalului modulat în frecvență poate fi scrisă ca în cea de a doua ecuație.

Produsul notat cu $\Delta\omega$ în cea de a treia ecuație se numește deviație de frecvență și exprimă banda de frecvență în care se modifică frecvența instantanee a semnalului.

Raportul dintre deviația de frecvență și frecvența semnalului modulator se notează cu β și se numește indice de modulație de frecvență. Unghiul se poate exprima ca în ecuația a cincea. Expresia semnalului modulat în frecvență este cea din ecuația a șasea.

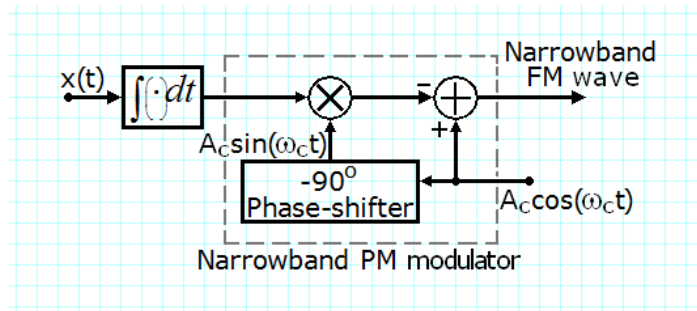
În funcție de valorile indicelui de modulație de frecvență putem vorbi despre MF de bandă îngustă (dacă indicele de modulație este mult mai mic decât 1) respectiv despre modulație de frecvență de bandă largă (dacă indicele de modulație este mult mai mare decât 1).

Modulatia de frecventa de banda ingusta

$$s(t) = A_c \cos \omega_c t \cos(\beta \sin \omega_m t) - A_c \sin \omega_c t \sin(\beta \sin \omega_m t).$$

Pentru $\beta < \frac{\pi}{36}$ rad $\Rightarrow \cos(\beta \sin \omega_m t) \cong 1$ and $\sin(\beta \sin \omega_m t) \cong \beta \sin \omega_m t$

$$\Rightarrow s(t) = A_c \cos \omega_c t - \beta A_c \sin \omega_c t \sin \omega_m t.$$



53

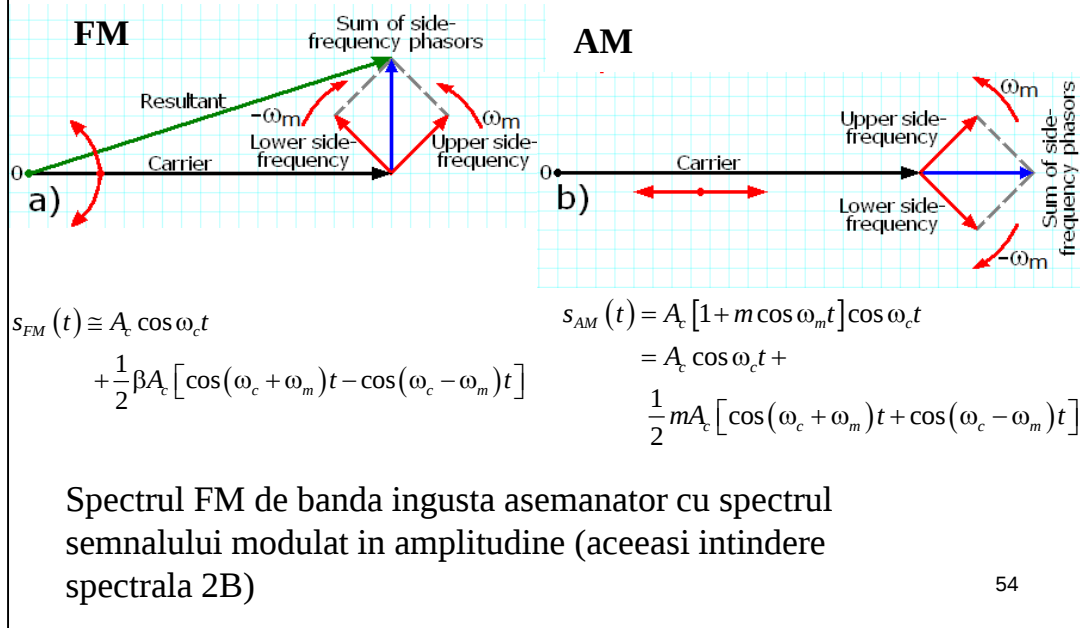
Calculând cosinusul sumei din prima ecuație obținem expresia alternativă a semnalului modulat în frecvență din cea de a doua ecuație.

Dacă indicele de modulație de frecvență β este mult mai mic decât 1 ne situăm în cazul modulației de frecvență de bandă îngustă și putem face aproximările din cea de a treia și cea de a patra relații. Cu aceste aproximări expresia semnalului modulat în frecvență de bandă îngustă devine cea din a cincea ecuație.

Semnalul MF de bandă îngustă se exprimă ca și diferența dintre semnalul purtător și produsul sinusurilor de frecvență purtătoare și de frecvență modulatorie.

Schema unui modulator de frecvență de bandă îngustă este prezentată în figura. Semnalul modulator este integrat obținându-se un semnal proporțional cu $\cos \omega_m t$. Semnalul purtător este defazat cu $\pi/2$ obținându-se un semnal sinusoidal de amplitudine A_c și de frecvență ω_c , care este înmulțit cu semnalul de la ieșirea integratorului. La ieșirea multiplicatorului se obține un semnal proporțional cu produsul celor două sinusuri, care este scăzut din semnalul purtător obținându-se semnalul modulat în frecvență de bandă îngustă. Exprimând produsul celor două sinusuri de frecvențe ω_c și ω_m din ecuația a cincea ca sumă a cosinusurilor de diferență și de sumă obținem expresia semnalului MF de bandă îngustă din ecuația a șasea. Este vorba de suma dintre semnalul purtător și diferența a două semnale de bandă laterală de amplitudine $\beta A_c/2$ și frecvențe $\omega_c + \omega_m$ și $\omega_c - \omega_m$.

Reprezentarea fazoriala a semnalului FM de banda ingusta si a semnalului MA



Expresia semnalului MF de bandă îngustă este suma dintre semnalul purtător și diferența a două semnale de bandă laterală de amplitudine $\beta A_c/2$ și frecvențe $\omega_c + \omega_m$ și $\omega_c - \omega_m$.

Cei trei fazori care corespund la aceste trei semnale sunt reprezentați în figura a). Fazorul care reprezintă purtătoarea are modulul A_c și se rotește în sens trigonometric cu viteza unghiulară ω_c .

Fazorul care reprezintă banda laterală superioară se rotește cu viteza unghiulară $\omega_c + \omega_m$.

Fazorul care reprezintă banda laterală inferioară se rotește cu viteza unghiulară $\omega_c - \omega_m$ dar are sensul schimbat deoarece apare cu minus în formulă. Prin însumarea vectorială (folosind regula paralelogramului) a celor doi fazori reprezentând benzile laterale, se obține un vector albastru perpendicular pe fazorul care reprezintă purtătoarea. Prin însumarea vectorială a acestei rezultante cu fazorul care reprezintă purtătoarea se obține fazorul care reprezintă semnalul modulat în frecvență de bandă îngustă, reprezentat cu roșu în figură. Semnalul modulat în frecvență de bandă îngustă este asemănător cu semnalul MAP2BL a cărui expresia analitică apare în ultima ecuație și a cărui reprezentare fazorială apare în figura din dreapta. Cea mai importantă diferență dintre semnalul modulat în frecvență de bandă îngustă și semnalul modulat în amplitudine provine de la semnul benzii laterale inferioare. Din acest motiv, fazorii benzilor laterale din cele două reprezentări au orientări perpendiculare. În cazul MAP2BL fazorul benzilor laterale este în prelungirea fazorului purtătoarei, fazorul semnalului MAP2BL având un modul mai mare decât fazorul semnalului modulat în frecvență de bandă îngustă.

Spectrul semnalului modulat în frecvență cu bandă îngustă – caz general

$$S(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \pi A_c \left[\frac{X(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{X(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]$$

$$s(t) = A_c \cos \left(\omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right) \begin{matrix} y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \\ \hline |y(t)| \leq A \end{matrix}$$

$$= A_c \cos \omega_c t \cos(2\pi k_f y(t)) - A_c \sin \omega_c t \sin(2\pi k_f y(t)).$$

Pentru FM de bandă îngustă, $2\pi k_f A \leq \frac{\pi}{36} \Rightarrow$

$$s(t) \cong A_c \cos \omega_c t - A_c 2\pi k_f y(t) \sin \omega_c t.$$

Ex: $\pi/10=0.314$, $\sin(\pi/10)=0.309$

55

Până acum am considerat că lucrăm cu semnale modatoare armonice. În continuare vom calcula spectrul semnalului modulat în amplitudine de bandă îngustă în cazul în care semnalul modulator este aperiodic. În acest caz expresia semnalului MF devine cea din prima ecuație. Notând integrala cu $y(t)$, în ipoteza că modulul lui $y(t)$ este mai mic decât A la orice moment de timp, se obține cea de a doua ecuație.

Dacă este respectată ipoteza modulației de frecvență de bandă îngustă :

$2\pi k_f A$ mai mic sau egal cu $\pi/36$

atunci se pot face aproximările de bandă îngustă

($\cos 2\pi k_f A y(t) \approx 1$ și $\sin 2\pi k_f A y(t) \approx 2\pi k_f A y(t)$).

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \leftrightarrow Y(\omega) = \frac{1}{j\omega} X(\omega) \Rightarrow$$

$$S(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] - A_c k_f \frac{X(\omega)}{j\omega} * \frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_c) - \delta(\omega + \omega_c)],$$

$$S(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \pi A_c \left[\frac{X(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{X(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]$$

$$S_{MA}(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)]$$

Se observa asemanarea cu spectrul semnalului modulat in amplitudine

56

Spectrul semnalului $y(t)$ se poate exprima în funcție de spectrul semnalului modulator ținând seama de proprietățile transformării Fourier (prima ecuație).

Expresia semnalului MF de bandă îngustă devine cea din ecuația a doua.

Se obține pentru spectrul semnalului MF de bandă îngustă, $s(t)$, calculând convoluția din membrul drept, expresia din penultima ecuație.

Și în cazul modulației de frecvență de bandă îngustă semnalul modulat are o expresie asemănătoare cu expresia semnalului modulat în amplitudine cu purtătoare și două benzi laterale, al cărui spectru se exprimă în ultima ecuație. Se constată că dacă semnalul modulator este de bandă limitată atunci și spectrul semnalului MF de bandă îngustă este de bandă limitată.

Modulatia de frecventa de banda larga

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \beta \sin \omega_m t]$$

$$= A_c \cos \omega_c t \cos(\beta \sin \omega_m t) - A_c \sin \omega_c t \sin(\beta \sin \omega_m t)$$

$$\Rightarrow s(t) = \operatorname{Re} \left\{ A_c e^{j(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)} \right\} \quad \tilde{s}(t) = A_c e^{j\beta \sin \omega_m t} = \operatorname{Re} \left\{ \tilde{s}(t) e^{j\omega_c t} \right\},$$

$$\tilde{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{jn\omega_m t} \text{ - anvelopa complexa semnalului FM } s(t)$$

$J_n(x)$ -functie Bessel de speța întâia, ordin n și argument x .

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c t + n\omega_m t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos 2\pi(f_c + nf_m)t$$

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$

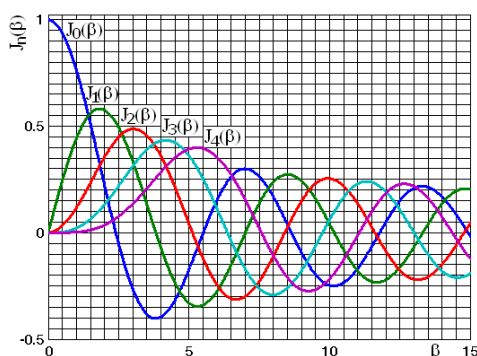
57

În cazul modulatorului armonic, semnalul MF se exprimă ca în prima ecuație. Ținând seama de faptul că $\cos(x)$ este partea reală a exponențialei complexe $\exp(jx)$, expresia semnalului modulat în frecvență poate fi pusă în forma din a doua ecuație. Dar $\exp(j(x+y)) = \exp(jx)\exp(jy)$ și dacă se notează $\tilde{s}(t) = A_c \exp[j\beta \sin(\omega_m t)]$ (acest semnal se numește anvelopa complexă a semnalului MF) atunci se poate obține forma din ecuația a treia. Deci semnalul modulat în frecvență reprezintă partea reală a produsului dintre anvelopa complexă și exponențiala complexă de argument $\omega_c t$.

Anvelopa complexă a semnalului MF este în acest caz (modulator armonic) un semnal periodic, de perioadă $2\pi/\omega_m$ care poate fi descompus în serie Fourier, Coeficienții seriei c_n sunt proporționali cu funcțiile Bessel de speța întâia și ordin n , $J_n(\beta)$.

Expresia semnalului MF devine cea din penultima ecuație.

Luând în ambii membri transformata Fourier, obținem expresia spectrului semnalului MF din ultima ecuație.



*Funcțiile Bessel de
speța întâia , $J_0(\beta)$ - $J_4(\beta)$*

proprietățile funcțiilor Bessel

$$1. J_n(\beta) = (-1)^n J_{-n}(\beta) \text{ for any } n \in \mathbb{Z},$$

2. Pentru (indice de modulație) mic β :

$$J_0(\beta) \cong 1; J_1(\beta) \cong \frac{\beta}{2}; J_n(\beta) \cong 0; n > 2; |\beta| \ll 1;$$

$$3. \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1.$$

58

În figură sunt reprezentate grafic mai multe funcții Bessel de speța întâi cu ordine egale cu 0, 1, 2, 3 și 4. Se observă că funcția de ordin zero are o valoare maximă în zero. Toate celelalte funcții Bessel de speța întâi (de ordin 1, 2, 3 și 4) au valori mici în vecinătatea lui 0. Câteva proprietăți utile ale funcțiilor Bessel de speța întâi sunt prezentate.

Prima proprietate afirmă că funcțiile Bessel de ordin par sunt pare după ordin și că funcțiile Bessel de ordin impar sunt impare după ordin.

Cea de a doua proprietate se referă la comportamentul funcțiilor Bessel de speța întâi în vecinătatea lui 0. Funcția Bessel de ordinul întâi este proporțională cu $\beta/2$ în jurul originii.

Cea de a treia proprietate arată că suma pătratelor tuturor funcțiilor Bessel de speța întâi este egală cu 1.

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$

Observatii.

1. Spectrul unui semnal FM contine o componenta pe frecventa purtatoarei, ω_c si o multime infinita de componente pe frecvente situate in benzile laterale decalate cu ω_m , $2\omega_m$, $3\omega_m$, etc, fata de ω_c .
2. Pentru $|\beta| \ll 1$ (FM de banda ingusta), doar $J_0(\beta)$ si $J_1(\beta)$ au valori semnificative si deci spectrul semnalului FM contine doar purtatoarea (ω_c) si doua benzi laterale de frecvente $\omega_c \pm \omega_m$.
3. Amplitudinea componentei cu frecventa purtatoare ω_c depinde de factorul $J_0(\beta)$. Spre deosebire de MA (unde era constanta), ea este variabila, dependenta de indicele de modulare β . Explicatia fizica este faptul ca amplitudinea anvelopei semnalului FM este constanta. Puterea semnalului modulat FM este constanta:

$$P = \frac{1}{2} A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = \frac{1}{2} A_c^2.$$

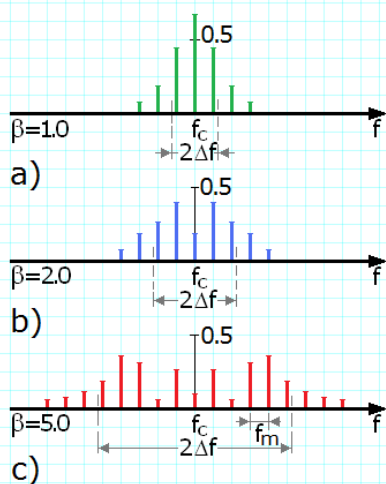
59

Ținând seama de aceste proprietăți putem face câteva observații referitoare la spectrul semnalului MF cu purtător armonic (exprimat în prima ecuație).

1. Semnalul MF este de bandă nelimitată. Spectrul său este discret, conține o componentă pe frecvența purtătoare ω_c (corespunzătoare lui $n=0$) și două benzi laterale (una inferioară conținând componente spectrale pe frecvențele $\omega_c - \omega_m$, $\omega_c - 2\omega_m$, ... și una superioară conținând componente spectrale pe frecvențele $\omega_c + \omega_m$, $\omega_c + 2\omega_m$, ...).
2. Semnalul MF de bandă îngustă are un indice de modulație de frecvență mult mai mic decât 1, deci funcțiile Bessel de ordin mai mare sau egal cu 2 pot fi neglijate (proprietatea 2) și spectrul semnalului modulat în amplitudine de bandă îngustă conține doare trei componente spectrale de frecvențe ω_c , $\omega_c - \omega_m$ și $\omega_c + \omega_m$. Aceasta este confirmarea unei observații făcute mai devreme.
3. Amplitudinea componentei spectrale de frecvență purtătoare ω_c este proporțională cu $J_0(\beta)$. Ea poate fi mai mare decât amplitudinile componentelor din benzile laterale (dacă β este mic – modulație de bandă îngustă) la fel ca și în cazul MAP2BL, sau mai mică decât unele componente din benzile laterale (în cazul în care β este mare – modulație de bandă largă). În consecință, pentru β mare spectrul semnalului modulat în frecvență de bandă nu mai seamănă cu spectrul semnalului MAP2BL. Se observă de pe graficul funcțiilor Bessel că există valori ale lui β pentru care $J_0(\beta)$ chiar se anulează (de exemplu β în jur de 2,2) caz în care purtătoarea nici nu apare în spectrul semnalului modulat în frecvență. O altă deosebire față de semnalul MAP2BL este că amplitudinea semnalului MF este constantă (egală cu amplitudinea semnalului purtător). De aceea și puterea semnalului MF este constantă. Într-adevăr, așa cum se vede și în ultimele ecuații, puterea semnalului modulat în frecvență, P , poate fi calculată cu ajutorul relației lui Parseval și ținând seama de proprietatea 3 a funcțiilor Bessel, suma care intervine are valoarea constantă 1, obținându-se o putere egală cu puterea purtatoarei.

Exemplul 1

Ținând constant f_m dar modificând A_m se modifica β .
Spectrele sunt normalizate prin împartire la amplitudinea
semnalului purtător nemodulat.



$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m}$$

$$f_m = \text{const};$$

$$A_m \text{ variabila} \Rightarrow \Delta f = k_f \cdot A_m \text{ variabila}$$

$$\Rightarrow \beta \text{ variabila}$$

Componentele spectrale sunt separate de
 f_m (const).

Pentru $\beta \rightarrow \infty$, lățimea benzii de transmisie tinde la
 $2\Delta f$ și aceasta este centrata pe f_c .

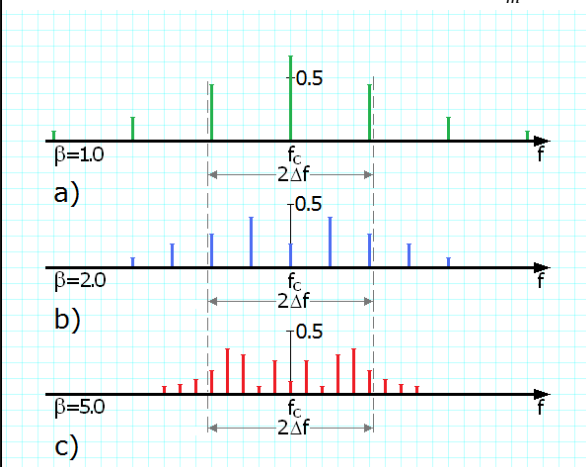
Schimbarea amplitudinii unui semnal modulator sinusoidal afectează
spectrul unui semnal cu modulație de frecvență

În continuare se prezintă două exemple de calcul ale spectrului semnalului
modulat în frecvență corespunzând la două modalități de modificare a lui β .
Indicele de modulație de frecvență este egal cu raportul dintre deviația de
frecvență și frecvența semnalului modulator. Deviația de frecvență este
proporțională cu amplitudinea semnalului modulator. Deci valoarea indicelui de
modulație de frecvență poate fi modificată dacă se modifică fie amplitudinea
semnalului modulator fie frecvența sa.

Pentru început se modifică β modificând A_m . Frecvența semnalului modulator se
păstrează constantă. Se calculează spectrul semnalului MF pentru trei valori ale
lui β : 1, 2 și 5. Spectrele sunt normalizate la amplitudinea semnalului purtător
nemodulat (A_c). Se observă că în toate cele trei cazuri distanța dintre
componentele spectrale se păstrează de aceeași valoare $f_m = \omega_m / 2\pi$. Odată cu
creșterea lui β (A_m), deviația de frecvență $\Delta f (= \Delta\omega / 2\pi)$ crește. Întrucât întreaga
deviație de frecvență trebuie transmisă, banda de transmisie se va alege mai
mare decât $2\Delta f$. Odată cu creșterea lui β va trebui să crească și banda de
transmisie. Atunci când β tinde la infinit lățimea benzii de transmisie tinde la $2\Delta f$ și
aceasta este centrată pe frecvența purtătoare. În cazul $\beta=1$, amplitudinea
purtătoarei este mai mare decât amplitudinea oricărei componente spectrale din
benzile laterale. În cazurile $\beta=2$ și $\beta=5$, există componente în benzile laterale cu
amplitudine mai mare decât amplitudinea purtătoarei.

Exemplul 2

Ținând constant A_m dar modificând f_m se modifica β .



$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m}$$

$$A_m = \text{const} \Rightarrow \Delta f = k_f \cdot A_m \text{ const}$$

$$f_m \text{ variabila} \Rightarrow \beta = \text{variabila}$$

$\Rightarrow$ Crește numărul de componente spectrale în intervalul $[f_c - \Delta f, f_c + \Delta f]$

$$\text{Banda FM} \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} 2\Delta f$$

Banda ocupată de spectrul semnalului FM tinde la $2\Delta f$ când $\beta \rightarrow \infty$.

Schimbarea frecvenței unui semnal modulator sinusoidal afectează spectrul unui semnal cu modulație de frecvență

61

În cel de al doilea exemplu de calcul al spectrului semnalului MF, indicii de modulație de frecvență se modifică modificând frecvența semnalului modulator și păstrând constantă amplitudinea sa. Se aleg aceleași trei valori pentru β : 1, 2 și 5. Și în acest exemplu spectrele vor fi normalizate la valoarea amplitudinii semnalului purtător în absența modulației (A_c). De această dată se păstrează constantă deviația de frecvență (Δf) dar se modifică distanța dintre componentele spectrale fm. Pe măsură ce β crește, fm scade. Pe măsură ce β crește, fm scade și tot mai multe componente spectrale intră în banda de frecvență de lățime $2\Delta f$ centrată pe frecvența purtătoare. De aceea putem afirma că atunci când β tinde la infinit banda de transmisie este egală cu $2\Delta f$. Se observă că și în acest exemplu pentru $\beta=1$, amplitudinea purtătoarei este mai mare decât amplitudinile componentelor din benzile laterale și că pentru $\beta=2$ și $\beta=5$, există componente spectrale în benzile laterale cu amplitudine mai mare decât amplitudinea purtătoarei.

Banda de transmisie a semnalelor modulate in frecventa

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$

Teoretic banda de transmisie este infinita. Practic, componentele departate de f_c cu mai mult de $\pm \Delta f$, descresc rapid spre 0. Pentru $\beta \rightarrow \infty$, latimea benzii de transmisie tinde la $2\Delta f$ si aceasta este centrata pe f_c .

Regula lui Carson (1937) (subestimarea benzii)

$$B_T \cong 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta}\right).$$

Curba universală (supraestimarea benzii), alta definitie:

Ecartul de frecvente in afara caruia nici una dintre componentele spectrale nu depaseste 1% din amplitudinea purtatoarei, $B_T = 2n_{\max} f_m$,

unde $\forall n < n_{\max} \quad |J_n(\beta)| > 0,01$. Valoarea $n_{\max}$ este dependenta de β .

62

În conformitate cu expresia spectrului semnalului modulat în frecvență cu modulator armonic din prima ecuație banda de frecvență a acestui semnal este nelimitată. Practic, pe măsură ce frecvența componentei spectrale se depărtează de frecvența purtătoare (n se depărtează de 0) amplitudinea componentei spectrale, $J_n(\beta)$ scade. Când gradul de modulație de frecvență, β , tinde la infinit, așa după cum s-a arătat deja, lățimea efectivă a benzii de frecvență tinde la dublul deviației de frecvență. Banda de frecvență este centrată pe frecvența purtatoarei. Pentru aprecierea valorii benzii de frecvență necesară pentru transmisia unui semnal modulat în frecvență pot fi folosite două metode. Prima se bazează pe regula lui Carson, care este exprimată în cea de a doua ecuație. Banda de frecvență de transmisie este egală cu suma dintre dublul deviației de frecvență și dublul frecvenței semnalului modulator. Ținând seama de expresia gradului de modulație de frecvență, β , (ca raport între deviația de frecvență și frecvența semnalului modulator) se poate exprima frecvența semnalului modulator ca raport dintre deviația de frecvență și gradul de modulație de frecvență. Înlocuind această expresie în regula lui Carson obținem exprimarea alternativă din ecuația a treia.

Cea de a doua metodă pentru aprecierea benzii de frecvență necesare pentru transmisia unui semnal modulat în frecvență se bazează pe estimarea ecartului de frecvență în afara căruia nici una dintre amplitudinile componentelor spectrale ale semnalului modulat în frecvență nu depășește 1% din amplitudinea purtatoarei. Notând cu $n_{\max}$ numărul componentelor spectrale care se încadrează în ecartul specificat, expresia benzii de transmisie este exprimată în cea de a treia ecuație

Curba universală

O alternativa pentru definirea benzii de transmisie se poate referi la amplitudinea componentelor spectrale. Banda de transmisie a unui semnal FM este ecartul de frecvențe în afara căruia nici una dintre componentele spectrale nu depășește 1% din amplitudinea purtătoarei, în absența modulației.

Se definește B_T ca fiind:

$$B_T = 2n_{\max} f_m ,$$

unde f_m este frecvența modulatorului, iar

$n_{\max}$ este cel mai mare indice care satisface

condiția $|J_n(\beta)| > 0,01$ (evident că pentru

$n > n_{\max}$ avem $|J_n(\beta)| < 0,01$).

Valoarea $n_{\max}$ depinde de β , indicele de modulație,

conform tabelului, în care se dau valorile $2n_{\max}$

β	$2n_{\max}$	β	$2n_{\max}$
0,1	2	5	16
0,3	4	10	28
0,5	4	20	50
1	6	30	70
2	8		

Valoarea lui $n_{\max}$ este mai greu de apreciat deoarece depinde de gradul de modulație de frecvență β . De aceea se folosesc tablele care exprimă această dependență, ca de exemplu cel prezentat. De exemplu,

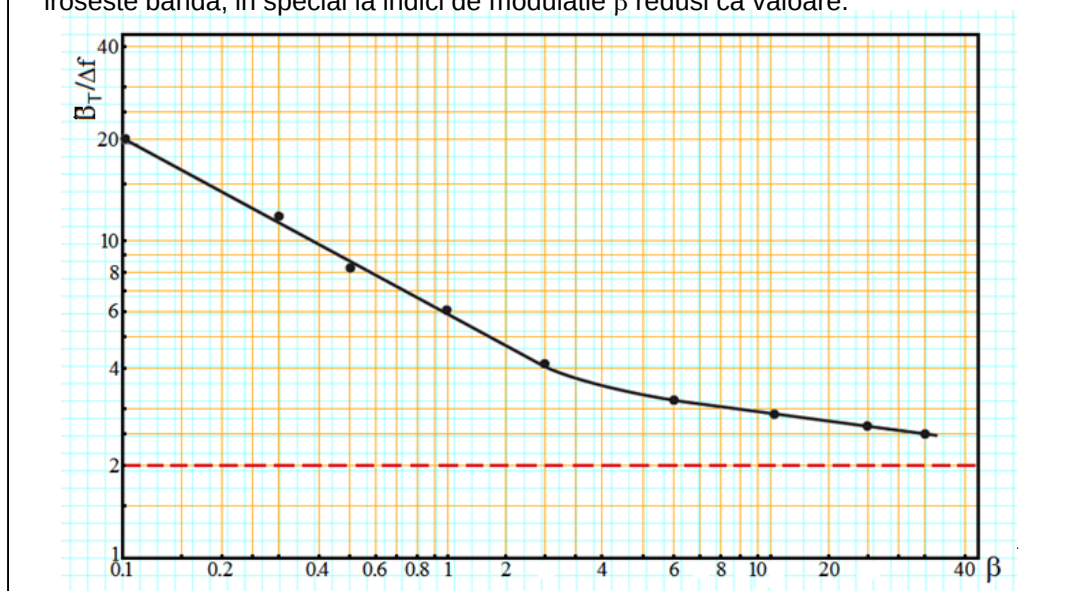
pentru un grad de modulație de 0,1 avem valoarea 1 pentru $n_{\max}$ iar

pentru o valoare a gradului de modulație de frecvență de 5 avem o valoare de 10 pentru $n_{\max}$.

Există și reprezentări grafice ale dependenței raportului dintre banda de transmisie B_T și deviația de frecvență Δf în funcție de indicele de modulație β , care ne permit să apreciem banda de transmisie B_T .

Curba universală

În figura este reprezentată banda de transmisie B_T , determinată conform acestei definiții, ca valoare normalizată prin raportare la deviația de frecvență Δf . Pe măsură ce β crește, raportul $B_T/\Delta f$ scade, tinzând spre valoarea 2. Rezultă deci că FM înguste banda, în special la indici de modulație β reduși ca valoare.



Dependența raportului dintre banda de transmisie și deviația de frecvență $B_T/\Delta f$ în funcție de indicele de modulație β din este reprezentată grafic în figură.

Pentru o valoare a indicelui de modulație β se poate determina de pe grafic valoarea corespunzătoare a raportului dintre banda de transmisie și deviația de frecvență și apoi cunoscând valoarea deviației de frecvență Δf poate fi determinată valoarea benzii de transmisie, B_T .

Această reprezentare grafică se mai numește și curbă universală.

Cazul modulatorului nesinusoidal

$x(t)$ - semnal modulator cu frecvența maximă din spectru W (joacă rolul lui f_m).

$A_{\max} = \max |x(t)| \Rightarrow \Delta f = k_f A_{\max}$, deviația de frecvență

$\Rightarrow D = \Delta f / W$ raportul de deviație (joacă rolul lui β).

Regula lui Carson: $D \rightarrow \beta$ și $W \rightarrow f_m$.

Curba universală.

$$B_T \cong 2\Delta f + 2W = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{D}\right) \Rightarrow \frac{B_T}{\Delta f} = 2 \left(1 + \frac{1}{D}\right)$$

Regula lui Carson conduce la subestimarea benzii de transmisie.

Curba universală conduce la supraestimarea benzii de transmisie.

Pentru aprecierea benzii de transmisie a unui semnal modulat în frecvență de bandă largă cu modulator $x(t)$ nesinusoidal având frecvența maximă din spectru W s-a arătat că deviația de frecvență este proporțională cu valoarea maximă a semnalului modulator $A_{\max}$. În cazul acestui tip de semnale se utilizează pentru aprecierea benzii de frecvență de transmisie raportul de deviație, care se notează cu D și reprezintă raportul dintre deviația de frecvență și frecvența maximă din spectrul semnalului modulator $D = \Delta f / W$.

Pentru aprecierea benzii de transmisie în cazul semnalului modulator nesinusoidal W joacă rolul lui f_m iar D joacă rolul lui β (din cazul modulator sinusoidal). Înlocuind în regula lui Carson β cu D și f_m cu W se obține formula benzii de transmisie din ecuația a patra. Banda de transmisie este aproximativ egală cu suma dintre dublul deviației de frecvență și dublul frecvenței maxime din spectrul semnalului modulator și poate fi pusă în forma membrului drept al celei de a cincea ecuații. Prin împărțire în ambii membri cu deviația de frecvență se obține expresia raportului dintre banda de transmisie și deviația de frecvență din ecuația a șasea.

S-a constatat că regula lui Carson conduce la subestimarea benzii de transmisie și că metoda bazată pe curba universală conduce la supraestimarea benzii de transmisie.

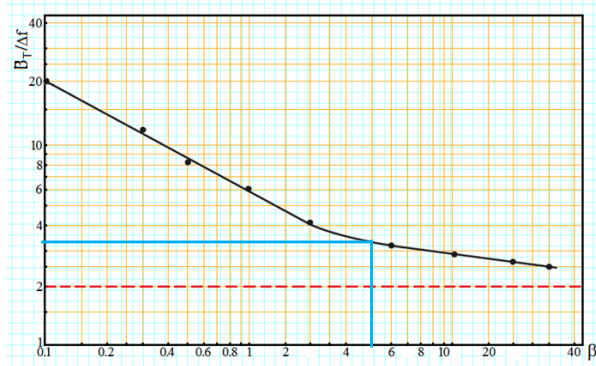
Exemplul 3

America de Nord, transmisiuni radio: $\Delta f = 75 \text{ KHz}$; $W = 15 \text{ kHz}$; $D = 5$.

Regula lui Carson : $B_T = 2(\Delta f + W) = 180 \text{ kHz}$.

Curba universală : $D = 5 \Rightarrow B_T = 3,2\Delta f = 240 \text{ kHz}$.

În practică se alocă o bandă de transmisie de 200 kHz.



66

De exemplu în cazul transmisiunilor radio din America de Nord se folosește o modulație de frecvență cu o deviație de frecvență de 75 kHz, frecvența maximă din spectrul semnalului audio se consideră de 15 kHz.

Se observă că pentru D se obține o valoare de 5.

Folosind curba universală se obține o valoare de 180 kHz pentru banda de transmisie.

Folosind regula lui Carson se obține o valoare de 240 kHz.

În practică este alocată o bandă de frecvență de 200 kHz. Într-adevăr, curba universală supraestimează banda de transmisie iar regula lui Carson o subestimează.

Generarea semnalelor modulate in frecventa

Exista 2 metode,

-directa: bazata pe un oscilator comandat in tensiune

-indirecta: initial se face o modulatie de banda ingusta
si apoi pentru fixarea deviatiei de frecventa se face o
multiplicare de frecventa.

Metoda a 2-a se foloseste in radiofonia FM, deoarece
este necesara o stabilitate mare a frecventei.

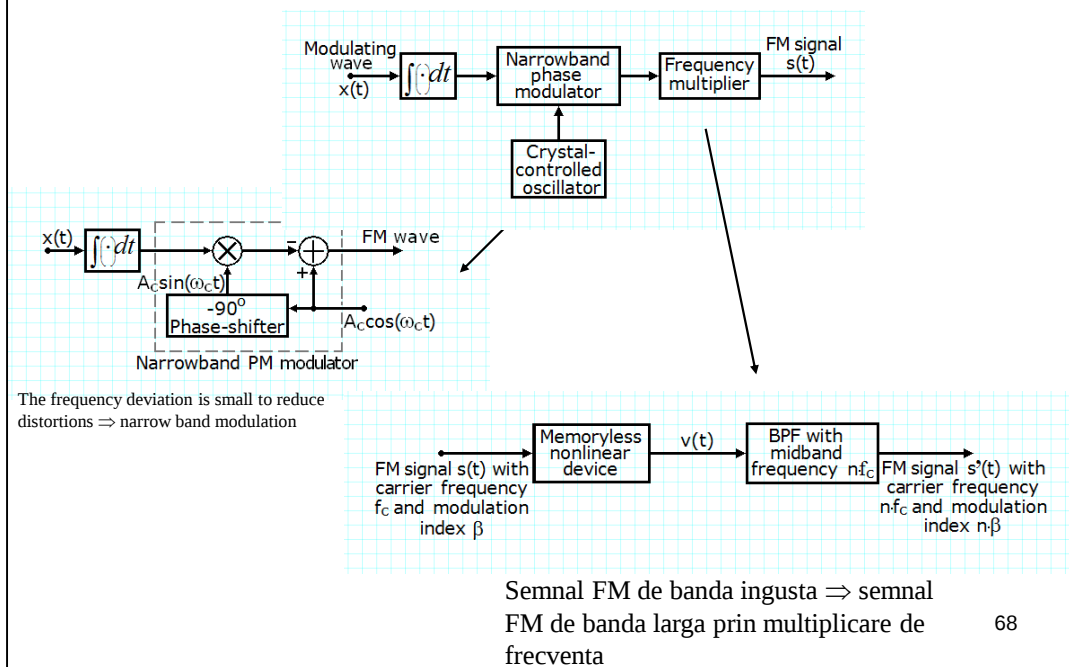
67

Există două metode de generare a semnalelor modulate în frecvență, o metodă directă și o metodă indirectă.

În cazul metodei directe se folosește un oscilator comandat în tensiune. Semnalul modulator este adus pe intrarea de comandă iar semnalul modulat în frecvență se obține la ieșire. Oscilatoarele comandate în tensiune sunt blocuri constitutive ale unor circuite integrate analogice ca de exemplu 555 sau 565. Frecvența semnalului obținut cu această metodă nu este prea stabilă.

Cea de a doua metodă este o metodă indirectă. Această metodă se folosește în radiofonia cu modulație de frecvență deoarece asigură o stabilitate mai mare a frecvenței decât metoda directă.

Generarea FM, metoda indirecta

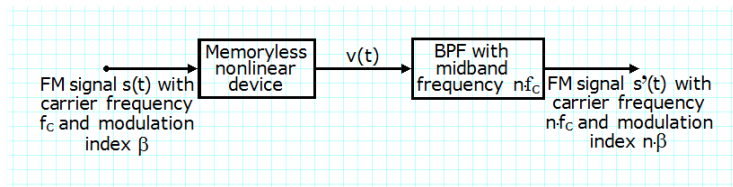


A doua metodă, indirectă, are două etape. În prima etapă se generează un semnal modulat în frecvență de bandă îngustă. În cea de a doua etapă se mărește valoarea deviației de frecvență printr-o multiplicare de frecvență.

În figura de sus este prezentată schema bloc a modulatorului de frecvență din metoda de generare indirectă. Sinteza semnalului modulat în frecvență de bandă îngustă este realizată cu ajutorul unui modulator de fază. Pe o intrare a modulatorului de fază este adusă integrala semnalului modulator. Pe cealaltă intrare a modulatorului de fază este adus semnalul purtător care este generat de un oscilator cu cuarț și are în consecință o stabilitate mare a frecvenței. La ieșirea modulatorului de fază este conectat un multiplicator de frecvență. Semnalul modulat în frecvență de bandă largă este notat cu s' .

Schema bloc a modulatorului de fază este prezentată în figura din stânga mijloc (este vorba de schema FM de banda îngustă).

Semnalul modulator este un semnal cosinusoidal de amplitudine A_m și de frecvență ω_m . În urma integrării sale se obține semnalul sinusoidal de amplitudine (A_m/ω_m) și de frecvență ω_m . Acest semnal este înmulțit de către primul bloc al modulatorului de fază cu semnalul sinusoidal de amplitudine A_c și de frecvență ω_c obținut prin defazarea cu -90° a semnalului purtător. Rezultatul înmulțirii va fi o diferență de sinusuri de frecvențe $\omega_c - \omega_m$ și $\omega_c + \omega_m$ și de amplitudini $A_m A_c / 2\omega_m$. Ținând seama de faptul că raportul dintre amplitudinea și frecvența semnalului modulator este egal cu gradul de modulație de frecvență β , amplitudinea celor două semnale cosinusoidale este egală cu $\beta A_c / 2$. Semnalul de la ieșirea blocului de multiplicare este scăzut din semnalul purtător cu ajutorul sumatorului de la ieșirea modulatorului de fază. Se obține semnalul modulat în frecvență de bandă îngustă $s(t)$.



$$v(t) = a_1 s(t) + a_2 s^2(t) + \dots + a_n s^n(t);$$

$$s(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

$f_i(t) = f_c + k_f x(t)$. Banda de trecere a filtrului trece banda este de n ori mai mare decat banda semnalului $s(t)$.

$$s'(t) = A_c' \cos \left[n\omega_c t + 2\pi n k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right] \text{ cu frecventa instantanee :}$$

$$f_i'(t) = n f_c + n k_f x(t).$$

69

Multiplicatorul de frecvență are schema bloc din figura. El este alcătuit din două blocuri. Primul bloc este un dispozitiv nelinier fără memorie. Cel de al doilea bloc este un filtru trece bandă cu frecvența centrală egală cu de n ori frecvența purtătoare. Dispozitivul nelinier fără memorie are rolul de a efectua multiplicarea de frecvență. Relația sa intrare-ieșire se exprimă printr-un polinom de gradul n .

Raspunsul SLIT la semnale MF

$$\begin{aligned}
 x_{MF_c}(t) &= A_c e^{j(\omega_c t + k \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau)}, \quad x_{MF}(t) = \text{Re}\{x_{MF_c}(t)\} \\
 y_c(t) &= x_{MF_c}(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{MF_c}(t-\tau) h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} A_c e^{j(\omega_c t + k \int_0^t \dot{x}(u) du)} e^{-j(\omega_c \tau + k \int_0^{\tau} \dot{x}(u) du)} h(\tau) d\tau = \\
 &= A_c e^{j(\omega_c t + k \int_0^t \dot{x}(u) du)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega_c \tau + k \int_0^{\tau} \dot{x}(u) du)} h(\tau) d\tau = x_{MF_c}(t) H(\omega_i(t)) \\
 y(t) &= \text{Re}\{y_c(t)\} = \text{Re}\left\{ |H(\omega_i(t))| e^{j \arg\{H(\omega_i(t))\}} A_c e^{j(\omega_c t + k \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau)} \right\} = \\
 &= A_c |H(\omega_i(t))| \cos\left(\omega_c t + k \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau + \arg\{H(\omega_i(t))\}\right).
 \end{aligned}$$

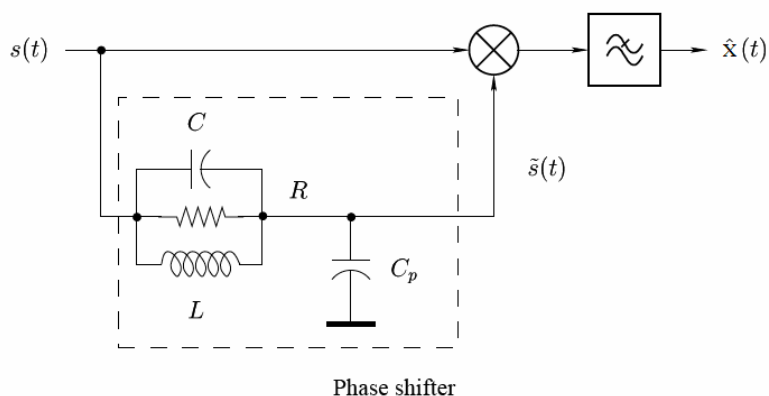
Raspunsul este un semnal cu dubla modulație, de amplitudine și de frecvență. În consecință, prin detectia de anvelopă a semnalului de la ieșirea SLIT poate fi demodulat semnalul MF de la intrare. 70

Se consideră semnalul complex $sc(t)$ a cărui parte reală este semnalul modulat în frecvență $s(t)$. Semnalul $sc(t)$ poate fi exprimat ca un produs de trei factori: A_c , o exponențială complexă de argument $j\omega_c t$ și o exponențială complexă de argument $j k$ ori integrala. Produsul dintre primul factor și al treilea se numește anvelopă complexă a semnalului modulat în frecvență. Modulul anvelopei complexe se numește anvelopă semnalului modulat în frecvență. Se calculează răspunsul unui sistem liniar și invariant în timp cu răspunsul la impuls $h(t)$ la semnalul $sc(t)$. Răspunsul, notat cu $y_c(t)$ este dat de convoluția dintre semnalul $sc(t)$ și $h(t)$. Conform definiției convoluției, $y_c(t)$ va fi integrala de la minus infinit la plus infinit din $sc(t-\tau)h(\tau)$. Deoarece primul factor din integrand nu depinde de τ (variabila după care se integrează) el poate fi dat factor comun. Se observă că acest factor reprezintă tocmai semnalul $sc(t)$. Integrala rămasă reprezintă transformata Fourier a răspunsului la impuls de variabilă faza instantanee a semnalului modulat în frecvență adică răspunsul în frecvență al sistemului în care variabila este faza instantanee a semnalului modulat în frecvență $\theta_i(t)$. Se constată că la trecerea printr-un sistem liniar și invariant în timp anvelopă complexă a semnalului modulat în frecvență se modifică prin înmulțire cu $H(\theta_i(t))$. Răspunsul sistemului cu răspunsul la impuls $h(t)$ la semnalul modulat în frecvență este partea reală a răspunsului $y_c(t)$. Întrucât expresia semnalului $sc(t)$ este cea din prima ecuație, $y(t)$ poate fi pus în forma din a noua ecuație, în care și răspunsul în frecvență a fost exprimat în formă polară. Ținând seama de faptul că A_c și modulul răspunsului în frecvență sunt reale și de faptul că partea reală a unei exponențiale complexe este un cosinus se obține expresia finală a răspunsului sistemului cu răspunsul la impuls $h(t)$ la semnalul modulat în frecvență $s(t)$ din ecuația a zecea. Semnalul obținut are atât amplitudinea variabilă (funcția $H(\omega_i(t))$ variază în timp) cât și frecvența variabilă. El este deci un semnal cu dublă modulație, de amplitudine și de frecvență. Prin detecție de anvelopă, putem demodula modulația de amplitudine și putem obține faza instantanee a semnalului modulat în frecvență $s(t)$. Derivând faza instantanee astfel obținută putem obține frecvența instantanee a semnalului $s(t)$. Eliminând componenta continuă a fazei instantanee (egală cu ω_c) vom obține un semnal proporțional cu $x(t)$. Deci demodularea semnalului modulat în frecvență poate fi realizată prin filtrarea cu un filtru trece jos (sistemul cu răspunsul la impuls $h(t)$) urmată de demodularea de anvelopă, de derivare și de eliminarea componentei continue (filtrare trece-sus).

Demodularea semnalelor cu modulație în frecvență

- reconstituim semnalul modulator initial, din semnalul modulat în frecvență
- caracteristica de transfer a modulatorului de frecvență realizată direct sau indirect
- **1. direct:** discriminator de frecvență, ieșirea proporțională frecvență instantanee a semnalului FM.
- **2. indirect:** circuit PLL (Phase-locked loop)

Demodulator FM in cuadratura



Schema bloc a demodulatorului

72

Schema bloc a demodulatorului FM in cuadratura este prezentata in figura;
Este compus dintr-un bloc de defazaj (phase shifter), un multiplicator analogic si
un filtru trece jos.

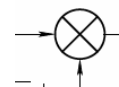
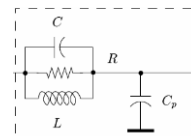
- Demodulatorul in cuadratura transforma semnalul FM :

$$s(t) = A \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

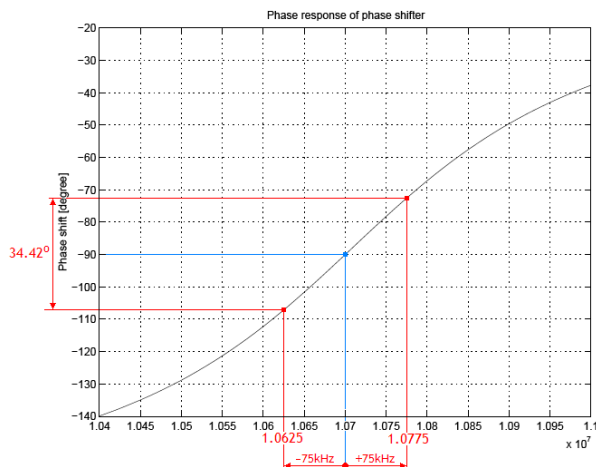
$$f_c = 10.7 \text{ MHz} = 10700 \text{ kHz}$$

intr-un semnal PM, apoi se foloseste un detector PM pentru a recupera semnalul mesaj, $x(t)$

- 1. Blocul de defazaj transforma modulatia FM in modulatie PM dar pastreaza modulatia FM
- 2. Multiplicatorul **analogic** serveste ca si detector de faza PD, cu iesirea direct proportionala cu PM. PD nu este sensibila la FM
- 3. Filtrul trecejos elimina componentele spectrale de frecvente inalta ($2f_c$)



Defazajul este direct proportional cu deviatia de frecventa in jurul purtatoarei, 10700kHz.

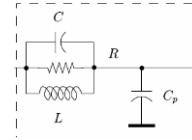


$$\phi^{\circ}(f) = -90^{\circ} + \frac{34.42}{150}(f - 10700)$$

$$\phi(f) = -\frac{\pi}{2} + 4 \cdot 10^{-3}(f - 10700) \text{ [rad], } f \text{ [kHz]}$$

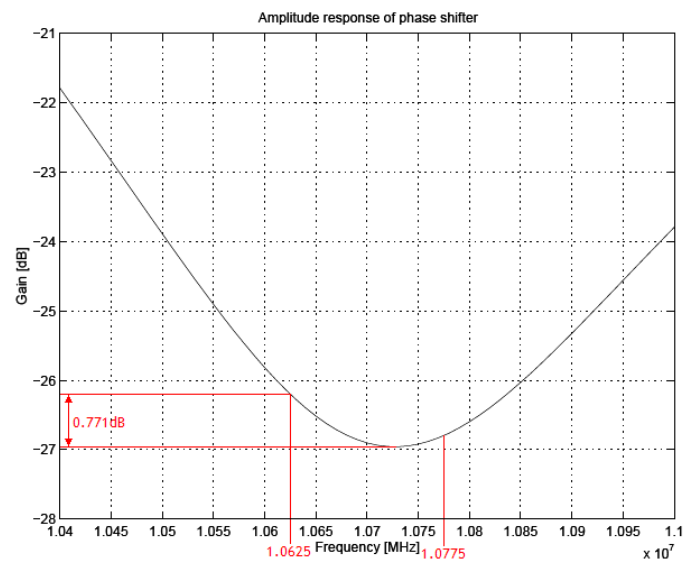
75

Semnalul defazat este



$$\begin{aligned}\tilde{s}(t) &= \tilde{A} \cos \left[2\pi 10700t + 2\pi k \int_0^t x(\tau) d\tau + 4 \cdot 10^{-3} (f - 10700) - \frac{\pi}{2} \right] \\ &= \tilde{A} \sin \left[2\pi 10,700t + 2\pi k \int_0^t x(\tau) d\tau + 4 \cdot 10^{-3} (f - 10700) \right]\end{aligned}$$

Dar raspunsul in amplitudine al blocului de defazaj este



FM

Castig maxim

$$20 \log \frac{\tilde{A}_M / A}{\tilde{A}_m / A} = 20 \log \frac{\tilde{A}_M}{\tilde{A}_m} = 0.771 \text{ [dB]}$$

Castig minim

Variatia amplitudinii este foarte mica, de aceea se poate considera iesirea ca fiind constanta :

$$\frac{\tilde{A}_M}{\tilde{A}_m} \cong 1.093 \Rightarrow \tilde{A} \cong \text{cst.}$$

Castigul mediu:

$$20 \log \frac{\tilde{A}}{A} \cong -26.57 \text{ [dB]} \Rightarrow \tilde{A} \cong 4.7 \cdot 10^{-2} A$$

78

Detectorul de faza este implementat cu un multiplicator analogic

$$s(t)\tilde{s}(t) =$$

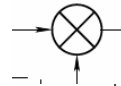
$$= A\tilde{A}\cos\left[2\pi 10700t + 2\pi \int_0^t x(\tau) d\tau\right] \sin\left[2\pi 10700t + 2\pi k \int_0^t x(\tau) d\tau + 4 \cdot 10^{-3}(f - 10700)\right]$$

$$= 2.35 \cdot 10^{-2} A^2 \sin\left[4 \cdot 10^{-3}(f - 10700)\right]$$

$$+ 2.35 \cdot 10^{-2} A^2 \sin\left[2\pi 21.400t + 4\pi k \int_0^t x(\tau) d\tau + 4 \cdot 10^{-3}(f - 10700)\right]$$

Filtrul FTJ elimina a doua componenta, centrata pe 21.4 MHz. Prima componenta, din banda de baza este retinuta:

$$\hat{x}(t) = 2.35 \cdot 10^{-2} A^2 \sin\left[4 \cdot 10^{-3}(f - 10,700)\right]$$



$$\left| 4 \cdot 10^{-3} (f - 10,700) \right| \leq 4 \cdot 10^{-3} \cdot 75 = 0.3 \text{ [rad]}$$

$$\text{pentru } |\alpha| \leq 0.3 \quad \sin \alpha \cong \alpha$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= 2.35 \cdot 10^{-2} A^2 4 \cdot 10^{-3} (f - 10700) \\ &= 94.12 \cdot 10^{-6} A^2 (f - 10700) \end{aligned}$$

- Frecventa instantanee este

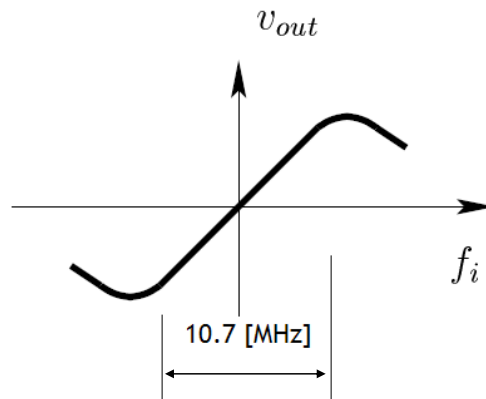
$$f = 10700 + kx(t) \quad [\text{kHz}]$$

- Si deci

$$\hat{x}(t) \cong 94.2 \cdot 10^{-6} A^2 kx(t)$$

- Am obtinut demodulator FM. Configuratia prezentata este folosita in implementarea unui demodulator FM modern (discriminator).

- Functia de transfer obtinuta este numita curba de tip S



Portiune liniara a
caracteristicii

Multiplexarea semnalelor FM stereo

Stereo - transmiterea doua semnale distincte, prin aceeași frecvență purtătoare radiofonia stereofonica, trebuie să satisfacă două condiții

1. Transmisiunea trebuie să se realizeze în interiorul canalului de difuziune FM alocat.
2. Transmisiunea trebuie să fie compatibilă cu receptoarele monofonice.

Semnalul $x_l(t) + x_r(t)$ reprezintă partea din banda de bază disponibilă pentru recepția mono.

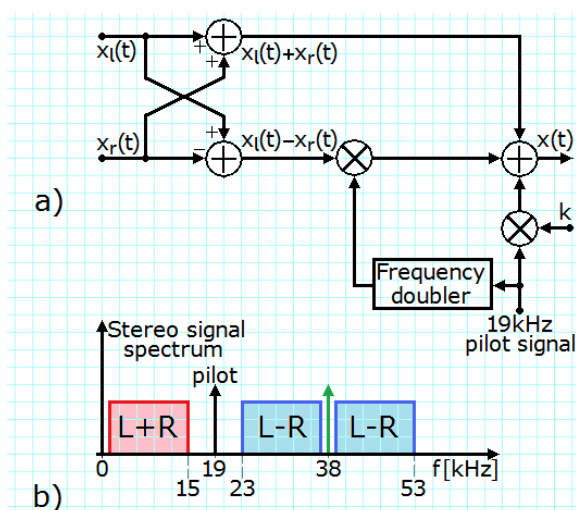
Semnalul $x_l(t) - x_r(t)$ este modulată în amplitudine cu 2 benzi laterale și purtătoare suprimată. Semnalul multiplexat:

$$x(t) = [x_l(t) + x_r(t)] + [x_l(t) - x_r(t)] \cos 4\pi f_p t + K \cos 2\pi f_p t,$$
este modulată în frecvență.

83

În continuare se prezintă o aplicație a modulației de frecvență, multiplexarea semnalelor stereofonice. În această aplicație se urmărește transmiterea simultană a celor două semnale: cel primit de la microfonul din stânga, $x_l(t)$ și cel primit de la microfonul din dreapta, $x_r(t)$, pe același canal de comunicații, folosind aceeași frecvență purtătoare.

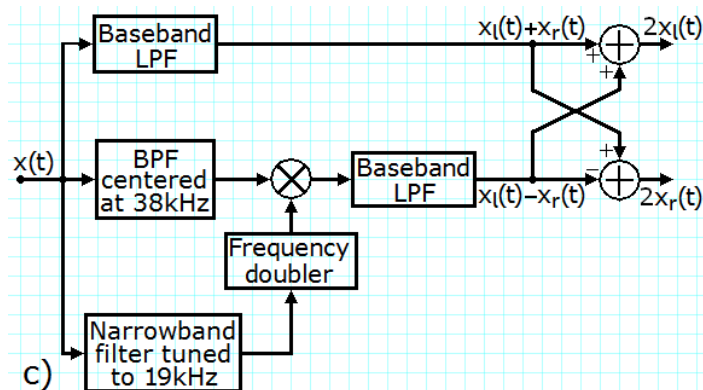
Această multiplexare este obiectul radiodifuziunii stereofonice și satisface condițiile 1 și 2.



$$x(t) = [x_l(t) + x_r(t)] + [x_l(t) - x_r(t)] \cos 4\pi f_p t + K \cos 2\pi f_p t$$

84

Multiplexorul este alcătuit din două sumatoare, cel de pe ramura de sus calculează suma dintre semnalele x_l și x_r , iar cel pe ramura de jos calculează diferența acestor semnale ($x_l - x_r$). Semnalul de diferență modulează în amplitudine cu MA2BLPS o purtătoare cu frecvența de 38 kHz. Aceasta este obținută la ieșirea unui dublor de frecvență care are la intrare un semnal armonic cu frecvența de 19 kHz. Semnalul de sumă este adunat cu purtătoarea de frecvență 19 kHz înmulțită cu K . Se transmite suma acestor două semnale adunată cu semnalul MAPS cu purtătoarea de 38 kHz. Expresia semnalului transmis, $x(t)$, este prezentată în ultima ecuație.



85

Pentru demultiplexare, se recuperează în primul rând semnalele de sumă și de diferență, așa cum se arată în figura. Semnalul de sumă se recuperează prin filtrare trece jos în banda de bază. Folosind un filtru trece jos cu frecvența de tăiere mai mare decât 15 kHz dar mai mică decât 19 kHz se separă, pe ramura de sus, din spectrul semnalului $x(t)$ semnalul sumă, $x_l + x_r$. Folosind un filtru trece bandă centrat pe 19 kHz, pe ramura de jos, se recuperează purtătoarea de această frecvență. Cu ajutorul unui dublor de frecvență, se reface cea de a doua purtătoare cu frecvența de 38 kHz. Pe ramura din mijloc, semnalul $x(t)$ este filtrat trece bandă cu un filtru cu frecvența centrală de 38 kHz, obținându-se cele două benzi laterale ale semnalului diferență desenate cu verde în graficul spectrului din figura de sus. Acest semnal modulează în amplitudine (MAPS) purtătoarea de 38 kHz de la ieșirea dublorului de frecvență. În acest fel, banda laterală inferioară a semnalului modulat în amplitudine cu modulator semnalul de diferență este translatată în banda de bază și separată la ieșirea filtrului trece jos în banda de bază de pe ramura din mijloc. În acest mod se obține semnalul diferență. Prin adunarea, pe ramura de sus și scăderea, pe ramura de jos, a semnalelor sumă și diferență se obțin semnale proporționale cu semnalul x_l , pe ramura de sus și cu semnalul x_r , pe ramura de jos. Deci cele două semnale au fost demultiplexate.

Efecte neliniare in sistemele cu modulatie de frecventa

- Neliniaritate puternica, introdusa in mod intentionat si intr-un mod controlat, in vederea realizarii unor anumite aplicatii concrete. Exemple : modulatorile patratic, limitatoarele realizate prin hard, multiplexoarele de frecventa
- Neliniaritatea slaba, de natura parazita ce apare atunci cand se doreste liniaritatea; cauzele neliniaritatii slabe sunt multiple, dar sunt toate de natura neintentionata
- Efectul neliniaritatilor slabe in sistemele cu FM

86

Consideram un canal de comunicatie cu caracteristica de transfer neliniara, data de relatia intrare - iesire

$$v_0(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) ,$$

La intrare, un semnal FM:

$$v_i(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]; \quad \phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow v_0(t) = a_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_2 A_c^2 \cos^2[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_3 A_c^3 \cos^3[2\pi f_c t + \phi(t)].$$

Se tine seama de:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} ; \cos^3 x = \frac{\cos 3x + 3\cos x}{4}$$

avem:

$$v_0(t) = \frac{a_2 A_c^2}{2} + \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t] + \frac{a_2 A_c^2}{2} \cos[4\pi f_c t + 2\phi_c(t)] + \\ + \frac{a_3 A_c^3}{4} \cos[6\pi f_c t + 3\phi_c(t)].$$

Pentru detectia semnalului FM din $v_0(t)$ este necesara identificarea lui

Fie Δf deviatia de frecventa a semnalului FM si
 W frecventa maxima a semnalului modulator.

Se aplica regula lui Carson:

$$2f_c - (2\Delta f + W) > f_c + (\Delta f + W) \Rightarrow f_c > 3\Delta f + 2W.$$

Daca aceasta conditie este indeplinita atunci putem
separa din $v_0(t)$, folosind un filtru trece-banda, cu
frecventa centrala f_c si banda $2\Delta f + 2W$, termenul

$$v_0'(t) = \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)].$$

Receptorul superheterodina

Un receptor de radiodifuziune nu are numai sarcina de a demodula semnalul receptionat.

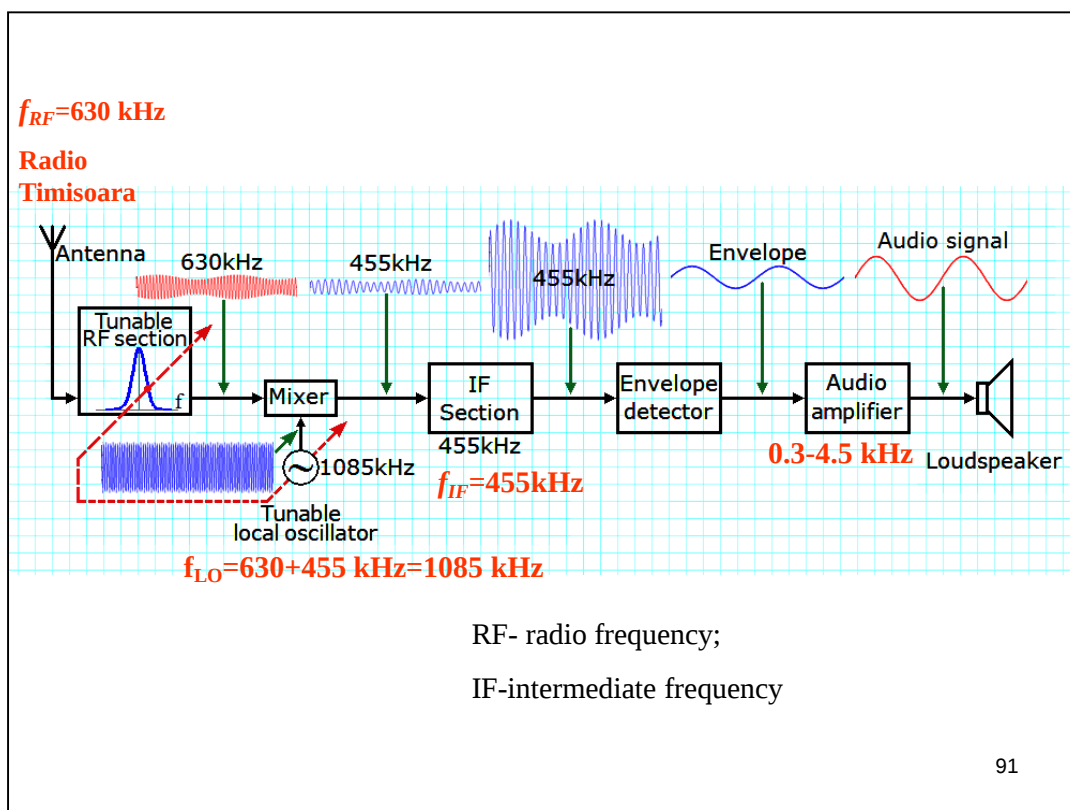
Alte sarcini:

- Acordul pe frecvența purtătoare care se dorește ascultată,
- Filtrarea, pentru a separa semnalul dorit de alte semnale modulate,
- Amplificarea, pentru a compensa pierderile de putere datorate propagării.

90

În cazul radiodifuziunii se folosește atât modulația de amplitudine (așa numitele unde lungi) de tipul MAP2BL cât și modulația de frecvență (așa numitele unde scurte și ultra-scurte). De aceea un receptor de radiodifuziune trebuie să fie capabil să demoduleze atât modulația de amplitudine cât și modulația de frecvență. Aceste funcții pot fi realizate de un receptor superheterodină. Un astfel de receptor poate să realizeze și alte funcții cum ar fi :

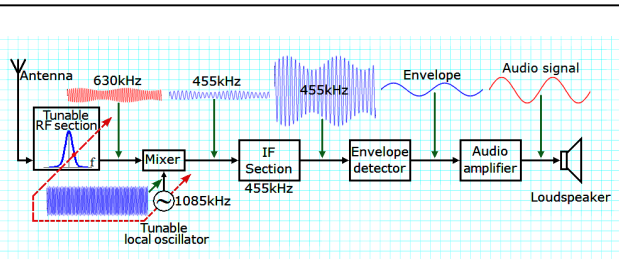
- Acordul pe frecvența purtătoare care se dorește a fi ascultată,
- Filtrarea pentru a separa postul dorit de alte posturi,
- Amplificarea pentru a compensa pierderile de putere datorate propagării prin aer.



În figură este prezentată schema bloc a unui receptor superheterodină pentru modulația de amplitudine. Antena preia undele electromagnetice corespunzătoare tuturor posturilor ale căror frecvențe purtătoare sunt cuprinse în banda sa de frecvență. Secțiunea de radio frecvență este compusă dintr-un filtru trece bandă a cărui frecvență centrală poate fi reglată în așa fel încât să se suprapună peste frecvența purtătoare a postului dorit, notată cu f_{RF} .

Fiind un filtru trece bandă de bandă îngustă acesta contribuie și la îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot al semnalului recepționat. Următorul bloc din schema receptorului superheterodină este un mixer. Acesta înmulțește semnalul de radio frecvență cu semnalul armonic furnizat de un oscilator local. Frecvența acestui semnal, notată f_{LO} este reglabilă.

Următorul bloc este numit secțiune de frecvență intermediară (IF)



	AM radio broadcasting	FM radio broadcasting
RF carriers band	535-1605 KHz	88-108 MHz
IF	455 KHz	10,7 MHz
IF band	10 KHz	200 KHz

RF- radio frecventa; IF- frecventa intermediara

$$f_{IF} = f_{LO} - f_{RF} ; f_{LO} > f_{RF}.$$

In receptorul superheterodina se genereaza un semnal IF daca frecventa oscilatorului local difera de cea a postului cu $\pm f_{IF}$:

$$f_{RF} = f_{LO} \pm f_{IF}.$$

Doar una dintre acestea corespunde frecventei purtatoare, cealalta numindu-se frecventa imagine.

In cazul FM, dupa amplificatorul IF exista un limitator si un filtru trecebanda

Detectia: discriminator in frecventa

92

În urma înmulțirii semnalului modulat cu frecvența purtătoare f_{RF} cu semnalul furnizat de oscilatorul local se obțin semnale cu două tipuri de frecvențe: mari (aproximativ egale cu $f_{LO} + f_{RF}$) și mici (aproximativ egale cu $f_{LO} - f_{RF}$). Frecvențele mari se obțin ca și sumă dintre frecvențele componentelor de la ieșirea secțiunii RF și f_{LO} iar frecvențele mici se obțin ca diferență dintre f_{LO} și frecvențele componentelor de la ieșirea secțiunii RF. Următorul bloc este numit secțiune de frecvență intermediară (IF) și este constituit de un amplificator și un filtru trece bandă cu frecvența centrală f_{IF} . Acest filtru rejectează toate componentele de frecvență mare de la ieșirea mixerului (aproximativ egale cu $f_{LO} + f_{RF}$ și lasă să treacă componentele de frecvență aproximativ egală cu f_{IF} (egale cu $f_{LO} - f_{RF}$). Rolul mixerului și a secțiunii IF este de a translați spectrul semnalului modulat într-o bandă de frecvență centrată pe o frecvență purtătoare mai mică și de amplifica semnalul pentru a compensa pierderile de putere datorate propagării prin aer. Uneori această translație de frecvență este realizată progresiv, folosindu-se mai multe mixere și mai multe secțiuni de frecvență intermediară. În receptorul superheterodină se generează un semnal de frecvență intermediară dacă frecvența oscilatorului local, f_{LO} , diferă de frecvența postului cu $\pm f_{IF}$. Doar una dintre aceste frecvențe corespunde frecvenței purtătoare, cealaltă se numește frecvență imagine și ar trebui să fie eliminată. Următorul bloc din schema receptorului superheterodină este detectorul de anvelopă cu ajutorul căruia se efectuează demodularea de amplitudine. Penultimul bloc este amplificatorul audio, cu ajutorul căruia se compensează pierderile datorate propagării. Ultimul bloc din schema receptorului superheterodină este difuzorul cu ajutorul căruia poate fi ascultat semnalul audio transmis. În tabel se prezintă valorile câtorva parametri din schema unui receptor de radiodifuziune